MT–09

June – Examination 2022

B.A./B.Sc. (Part III) Examination

MATHEMATICS

(Mechanics)

Paper : MT-09

Time : 1½ Hours] [*Maximum Marks : **46***

Note :– The question paper is divided into two Sections A and B. Section 'A' contains 8 Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt any *four* questions. Each question is of 1½ marks and maximum word limit may be **30** words. Section 'B' contains 8 Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any *four* questions. Each question is of 10 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum **200** words. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- प्रश्न-पत्र दो खण्डों अ और ब में विभाजित है। खण्ड 'अ' में 8 अति लघूत्तरात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं **चार** प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न 1½ अंक का है और अधिकतम शब्द-सीमा **30** शब्द है। खण्ड 'ब' में 8 लघु उत्तरीय प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं **चार** प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम **200** शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section–A 1½×4=6

(Very Short Answer Type Questions)

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

1. (i) Write the principle of Transmissibility of Forces.

   बलों की संचरणशीलता का सिद्धान्त लिखिए।

   (ii) Define the all types of Friction.

   घर्षण के सभी प्रकारों को परिभाषित कीजिए।

   (iii) Define the Virtual Work.

   कल्पित कार्य को परिभाषित कीजिए।

(iv) Write the formula of Radial and Transverse Velocity.

अरीय एवं अनुप्रस्थ वेग के सूत्र को लिखिए।

(v) Write the Energy Conservation Law.

ऊर्जा संरक्षण सिद्धान्त को लिखिए।

(vi) Define the Central Orbit.

सकेंद्र कक्षा को परिभाषित कीजिए।

(vii) Write the Kepler's law.

केप्लर नियम को लिखिए।

(viii) Define the product of inertia.

जड़त्व घूर्णन को परिभाषित कीजिए।

Section–B **10×4=40**

खण्ड—ब

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

2. Derive the Polygon law of forces.

बल बहुभुज नियम की व्युत्पत्ति कीजिए।

3. Establish the relation between friction coefficient and friction angle.

घर्षण गुणांक एवं घर्षण कोण के मध्य सम्बंध स्थापित कीजिए।

4. A heavy elastic circular string of natural length $2\pi a$, is placed round a smooth circular cone whose axis is vertical and whose semi-vertical angle is α. If W be the weight and λ the modulus of elasticity of the string, prove that it will be in equilibrium in the form of a circle whose radius is $a\left(1+\frac{W}{2\pi\lambda}\cot\alpha\right)$.

एक भारी प्रत्यास्थ डोरी जिसकी स्वाभाविक लम्बाई $2\pi a$ है, एक चिकने शंकु के चारों ओर लपेटी गई है। शंकु का अक्ष ऊर्ध्वाधर तथा अर्द्धशीर्ष कोण α है।

यदि डोरी का भार W तथा प्रत्यास्थता मापांक λ हो, तो सिद्ध कीजिए कि डोरी जब साम्यावस्था में है तो उसकी वृत्ताकार आकृति की त्रिज्या $a\left(1+\frac{W}{2\pi\lambda}\cot\alpha\right)$ है।

5. The extremities of a heavy string of length $2l$ and weight $2lw$ are attached to two small rings which can slide on a fixed horizontal wire. Each of these rings is acted on by a horizontal force equal to lw, show that the distance apart of the rings is $2l \log\left(1+\sqrt{2}\right)$.

$2l$ लम्बाई की $2lw$ भार वाली डोरी के छोरों पर दो छोटी घिरनियाँ लगी हैं जो एक स्थिर क्षैतिज तार पर फिसलती हैं। इन प्रत्येक घिरनियों पर lw के बराबर का क्षैतिज बल लगा हुआ है। सिद्ध कीजिए कि इन घिरनियों के मध्य दूरी $2l \log\left(1+\sqrt{2}\right)$ है।

6. The radial and transverse velocities of a particle are λr^2 and $\mu\theta^2$. Show that the equation to the path of the particle is $\frac{\lambda}{\theta} = \left(\frac{\mu}{2r^2}\right) + C$ and its radial and transverse components of acceleration are :

$$2\lambda^2 r^3 - \mu^2\left(\theta^4 / r\right)$$

and $$\lambda\mu r\theta^2 + 2\mu^2\left(\theta^3 / r\right)$$

किसी कण के अरीय तथा अनुप्रस्थ वेग क्रमशः λr^2 तथा $\mu\theta^2$ हैं। सिद्ध कीजिए कि कण के पथ का समीकरण $\frac{\lambda}{\theta} = \left(\frac{\mu}{2r^2}\right) + C$ होगा और उसके त्वरण के घटक :

$$2\lambda^2 r^3 - \mu^2\left(\theta^4 / r\right)$$

एवं $$\lambda\mu r\theta^2 + 2\mu^2\left(\theta^3 / r\right)$$

होंगे।

7. A particle of mass m is falling under gravity through a medium whose resistance is μ times the velocity. If the particle is released from rest, show that the distance fallen through in time t is :

$$\frac{gm^2}{\mu^2}\left[e^{-\mu t/m} - 1 + \frac{\mu t}{m}\right]$$

एक m द्रव्यमान का कण प्रतिरोधी माध्यम, जिसका प्रतिरोध वेग का μ गुणा है, में गिरता है। यदि कण विरामावस्था से गति आरम्भ करता है, तो सिद्ध कीजिए कि t समय में चली गई दूरी होगी :

$$\frac{gm^2}{\mu^2}\left[e^{-\mu t/m} - 1 + \frac{\mu t}{m}\right]$$

8. A particle is projected along the inside of a smooth vertical circle of radius a from the lowest point. Show that the velocity of projection required in order that after leaving the circle, the particle may pass through the centre is :

$$\sqrt{\left(\frac{ag}{2}\right)}\left(\sqrt{3}+1\right)$$

एक कण a त्रिज्या वाले ऊर्ध्वाधर वृत्त के निम्नतम बिन्दु से अंदर की ओर फैंका जाता है। यदि कण वृत्त को छोड़ने के बाद इसके केंद्र से गुजरता हो, तो प्रक्षेप वेग $\sqrt{\left(\frac{ag}{2}\right)}\left(\sqrt{3}+1\right)$ होगा।

9. Find the force towards the pole under which the curve $r^n = a^n \cos n\theta$ can be described.

ध्रुव बिंदु की ओर बल का नियम ज्ञात कीजिए जिसके अधीन वक्र $r^n = a^n \cos n\theta$ निर्मित होता है।