MT-01

June - Examination 2022

B.A./B.Sc. (Part I) Examination MATHEMATICS

(Discrete Mathematics)
Paper: MT-01

Time : 1½ Hours]

[Maximum Marks : 47

Note: The question paper is divided into two Sections
A and B. Write answers as per the given instructions.

निर्देश: - यह प्रश्न-पत्र 'अ' और 'ब' दो खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section-A

 $4 \times 1^{3}/_{4} = 7$

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Answer any four questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 1¾ marks.

T–291 Turn Over

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश:- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1¾ अंक का है।

- 1. (i) Define Antisymmetric Relation.

 प्रतिसममित सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए।
 - (ii) Write idempotent law. वर्गसम नियम लिखए।
 - (iii) Define Semigroup.
 अर्द्ध-समूह को परिभाषित कीजिए।
 - (iv) Write Pigeon-hole principle. कपोत-कोष्ठ सिद्धान्त लिखिए।
 - (v) Define recurrence relations. पुनरावृत्ति सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए।

(2)

 $T\!\!-\!\!291$

- (vi) Define Planar Graph.

 समतलीय ग्राफ को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Define Complete Graph.

 पूर्ण ग्राफ को परिभाषित कीजिए।
- (viii) Define Trees.

MT-01 / 7

वृक्ष को परिभाषित कीजिए।

Section-B

 $4 \times 10 = 40$

(Short Answer Type Questions)

Note: Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 10 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश:- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

(3) <u>**T-291**</u> Turn Over

2. If A, B, C and D are any four sets, then prove that:

$$(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$$

यदि A, B, C तथा D कोई चार समुच्चय हैं, तब सिद्ध कीजिए कि :

$$(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D)$$

- 3. Let (L, \leq) be a bounded distributive lattice. If element $a \in L$, has a complement, then prove that it is unique.
 - माना (L, \leq) एक परिबद्ध बंटनात्मक जालक है। यदि अवयव $a \in L$ का पूरक विद्यमान हो, तो सिद्ध कीजिए कि वह अद्वितीय है।
- 4. A and B are two sets and U the universal set such that n(U) = 700, n(A) = 200, n(B) = 300 and $n(A \cap B) = 100$. Find $n(A' \cap B')$

A तथा B दो समुच्चय हैं तथा U सार्वत्रिक समुच्चय इस प्रकार है कि n(U) = 700, n(A) = 200, n(B) = 300 तथा $n(A \cap B) = 100$. $n(A' \cap B')$ ज्ञात कीजिए।

MT–01 / 7 (4) T–291

5. Solve the following recurrence relation:

$$a_r = 6 \ a_{r-1} - 11 \ a_{r-2} + 6 \ a_{r-3}; \ a_0 = 1, \ a_1 = 2, \ a_3 = 6$$

निम्न पुनरावृत्ति सम्बन्ध को हल कीजिए:

$$a_r = 6 \ a_{r-1} - 11 \ a_{r-2} + 6 \ a_{r-3}; \ a_0 = 1, \ a_1 = 2, \ a_3 = 6$$

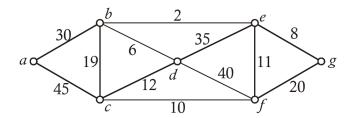
- 6. Let $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ be a Boolean algebra, then prove that for all elements $a \in B$,
 - (i) a + 1 = 1
 - (ii) a.0 = 0

माना <B, +, \cdot , ', 0, 1> एक बूलीय बीजगणित है तब सिद्ध कीजिए कि सभी अवयवों $a \in B$ के लिए,

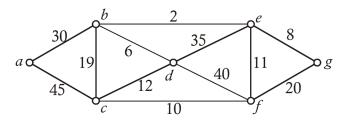
- (i) a + 1 = 1
- (ii) a.0 = 0

MT-01/7 (5) T-291 Turn Over

7. Find the shortest path between the vertices *a* and *g* in the following weighted graph:



निम्न भारित ग्राफ में शीर्षों a तथा g के मध्य लघुत्तम मार्ग तथा मार्ग दूरी ज्ञात कीजिए :



8. If G is simple connected planar graph with n vertices and e edges (e > 2), then prove that $e \le 3n - 6$.

यदि G एक सरल सम्बद्ध समतलीय ग्राफ है, जिसमें n शीर्ष तथा e कोरें हैं, (e > 2), तब सिद्ध कीजिए कि $e \le 3n - 6$ ।

MT-01/7 (6) T-291

9. If G is an acyclic graph (graph with no cycle) with *n* vertices and *k* connected components, then prove that G has *n-k* edges.

यदि G एक अचक्रीय (जिसमें कोई चक्र नहीं हो) ग्राफ है जिसमें n शीर्ष तथा k सम्बद्ध घटक है, तब सिद्ध कीजिए कि G में n-k कोरें होती हैं।