MPH–03

June – Examination 2022

M.Sc. (Previous) Examination

PHYSICS

(Quantum Mechanics)

क्वाण्टम यांत्रिकी

Paper : MPH-03

Time : 1½ Hours] [*Maximum Marks : **80***

Note :– The question paper is divided into two Sections A and B. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. Calculators are not allowed.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ' और 'ब' दो खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न-पत्र शुरू करने से पूर्व पेपर कोड व प्रश्न-पत्र शीर्षक जाँच लें। कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

Section–A 4×4=16

(Very Short Answer Type Questions)

Note :– Answer any *four* questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 4 marks.

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

1. (i) An electron state is described by the spin as given in the basis as :

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{5i}{\sqrt{42}} \\ \\ \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{42}} \end{bmatrix}$$

What is the probability that the electron has spin up ?

आधार के रूप में एक इलेक्ट्रॉन की स्पिन अवस्था निम्न तरह से दी जाती है :

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{5i}{\sqrt{42}} \\ \\ \frac{\sqrt{17}}{\sqrt{42}} \end{bmatrix}$$

इलेक्ट्रॉन के स्पिन अप होने की प्रायिकता क्या होगी ?

(ii) What is Tunnelling effect in quantum mechanics ?

क्वाण्टम यांत्रिकी में सुरंगन प्रभाव क्या है ?

(iii) What do you mean by Fermi Golden Rule ?

फर्मी गोल्डन नियम से आपका क्या तात्पर्य है ?

(iv) What do you mean by Stark-Effect ?

स्टार्क-इफेक्ट से आपका क्या तात्पर्य है ?

(v) Write the solution of Φ equation for hydrogen atom for magnetic quantum number of value of 2.

हाइड्रोजन परमाणु के लिए चुम्बकीय क्वाण्टम संख्या 2 के लिए Φ समीकरण का हल लिखिए।

(vi) In total angular momentum representation :

$$J_z|j, m\rangle = b|j, m\rangle$$

what is the value of b ?

कुल कोणीय संवेग पद्धति में :

$$J_z|j, m\rangle = b|j, m\rangle$$

तो b का मान क्या होगा ?

(vii) Write the ground state term symbol for the following configuration $(5s)^1(4d)^4$, if given that J = 1/2.

निम्न विन्यास $(5s)^1(4d)^4$ के लिए मूल अवस्था चिह्न लिखिए यदि J = 1/2।

(viii) Write the continuity equation for probability current density.

प्रायिकता धारा घनत्व के सांतत्य समीकरण को लिखिए।

Section–B 4×16=64

(Short Answer Type Questions)

Note :– Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 16 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंक का है।

2. For Pauli matrices prove that :

$$[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$$

पाउली के मैट्रिक्स के लिए निम्न को सिद्ध कीजिए :

$$[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$$

3. Evaluate $\langle n \mid (a + a^+)^4 \mid n\rangle$.

$\langle n \mid (a + a^+)^4 \mid n\rangle$ को ज्ञात कीजिए।

4. Briefly explain the WKB approximation.

WKB सन्निकटता को संक्षेप में समझाइए।

5. If the set of eigenkets $\{|a'\rangle\}$ forms a complete orthonormal set, then show that :

$$\sum_{a'} |a'\rangle\langle a'| \equiv 1$$

यदि आइगेनकेट $\{|a'\rangle\}$ का समुच्चय एक पूर्ण लाम्बिक समुच्चय बनाते हैं, तो दर्शाइए :

$$\sum_{a'} |a'\rangle\langle a'| \equiv 1$$

6. Consider a particle whose normalized wave function is :

$$\Psi(x) = 2\alpha x\sqrt{\alpha}\, e^{-\alpha x} \quad \text{for} \quad x > 0$$
$$= 0 \quad \text{for} \quad x < 0$$

(a) For what value of x does $P(x) = |\Psi(x)|^2$ peak ?

(b) Calculate $< x >$ and $< x^2 >$.

एक कण को मानिए जिसका प्रसामान्यकृत तरंग फलन निम्न है :

$$\Psi(x) = 2\alpha x\sqrt{\alpha}\, e^{-\alpha x} \quad \text{for} \quad x > 0$$
$$= 0 \quad \text{for} \quad x < 0$$

(अ) x के किस मान के लिए $P(x) = |\Psi(x)|^2$ शिखर होगा ?

(ब) $< x >$ तथा $< x^2 >$ की गणना कीजिए। **8+8**

7. (a) Prove that, under a unitary transformation, Hermitian operator remains its Hermitian character.

यह सिद्ध कीजिए कि यूनिटरी रूपान्तरण में हर्मिशियन संकारक का हर्मिशियन गुण बना रहता है।

(b) Prove that the fundamental commutation relation :

$$[x, p_x] = \frac{ih}{2\pi}$$

remains unchanged under unitary transformation.

यह सिद्ध कीजिए कि मूलभूत विनिमय सम्बन्ध $[x, p_x] = \frac{ih}{2\pi}$ यूनिटरी रूपान्तरण में बिना परिवर्तित हुए रहता है। **8+8**

8. Using Heisenberg form of equation of motion, show that in the case of a stationary state with a discrete spectrum the mean value of the momentum is $\overline{\hat{p}} = 0$.

हैजेनबर्ग गति के समीकरण से यह दर्शाइए कि विविक्त स्पेक्ट्रम के साथ स्थायी अवस्था का माध्य संवेग $\overline{\hat{p}} = 0$ रहता है।

9. A particle is constrained in a potential

$$V(x) = 0 \quad \text{for } 0 \le x \le a$$

and $V(x) = \infty$ otherwise

In the x-representation, the wave function of the particle is given by :

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{2\pi x}{a}$$

Find the momentum function $\Phi(p)$.

एक कण निम्न विभव में गतिशील है :

$$V(x) = 0 \quad \text{जहाँ } 0 \le x \le a$$

तथा $V(x) = \infty$ अन्य सब जगह पर

x प्रदर्शन में कण का तरंग फलन निम्न तरह से दिया जाता है :

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{2\pi x}{a}$$

तो संवेग फलन $\Phi(p)$ को ज्ञात कीजिए।