MPH–02

June – Examination 2022

M.Sc. (Previous) Examination

PHYSICS

(Mathematical Physics and Numerical Analysis)

(गणितीय भौतिकी एवं सांख्यिकी विश्लेषण)

Paper : MPH-02

Time : 1½ Hours] [*Maximum Marks : **80***

Note :– The question paper is divided into two Sections A and B. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. You are allowed to use a non-programmable calculator, however sharing of calculator is not allowed.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ' और 'ब' दो खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है, परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

Section–A **4×4=16**

(Very Short Answer Type Questions)

Note :– Answer any *four* questions. As per the nature of the questions delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 4 marks.

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 4 अंक का है।

1. (i) Evaluate the integral $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ by trapezoidal rule up to 3 decimals.

Here $h = 0.25$ and

x	$\frac{1}{1+x}$
0	1
0.25	0.8
0.50	0.667
0.75	0.571
1.00	0.5

ट्रेपेजोइडल के नियम से समाकल $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

यहाँ $h = 0.25$ तथा

x	$\frac{1}{1+x}$
0	1
0.25	0.8
0.50	0.667
0.75	0.571
1.00	0.5

(ii) In tensor analysis, writing proper steps find the value of δ_{ii} in three dimensional space.

टेन्सर विश्लेषण में उचित पद लिखते हुए त्रिविमीय आकाश में δ_{ii} का मान ज्ञात कीजिए।

(iii) What is value of $\int_{-\infty}^{\infty} f(z)\delta(z-a)dz$, where $\delta(z - a)$ is Dirac delta function ?

$\int_{-\infty}^{\infty} f(z)\delta(z-a)dz$ का मान क्या होगा, $\delta(z - a)$ डिराक डेल्टा फलन है ?

(iv) Plot the Legendre polynomial $P_2(x)$ versus x.

लिगेंड्रे बहुपद $P_2(x)$ को x के साथ चित्रित (plot) कीजिए।

(v) Evaluate the following gamma function :

$$\frac{\left(6\left|\frac{8}{3}\right.\right)}{\left(5\left|\frac{2}{3}\right.\right)}$$

निम्न गामा फलन ज्ञात कीजिए :

$$\frac{\left(6\left|\frac{8}{3}\right.\right)}{\left(5\left|\frac{2}{3}\right.\right)}$$

(vi) Evaluate the following :

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_0(x) H_1(x) dx$$

where $H(x)$ is Hermite function.

निम्न को ज्ञात कीजिए :

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_0(x) H_1(x) dx$$

जहाँ $H(x)$ एक हर्माइट फलन है।

(vii) Write the complex number :

$$\left(\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i\right)$$

in polar form.

ध्रुवीय रूप में समिश्र संख्या $\left(\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i\right)$ को लिखिए।

(viii) If :

$$\delta_q^p A_s^{qr} = A_s^{xr}$$

what does letter x represent in terms of letters p, q, r, s ?

यदि $\delta_q^p A_s^{qr} = A_s^{xr}$ है तो अक्षर x, अक्षरों p, q, r, s के

रूप में क्या व्यक्त करता है ?

Section–B **4×16=64**

(Short Answer Type Questions)

Note :– Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 16 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंक का है।

2. Construct an analytic function :

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

where $v(x, y) = 6xy - 5x + 3$.

Express the result as a function of z.

निम्न फलन को एनेलिटिक फलन के रूप में बनाइए :

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

जहाँ $v(x, y) = 6xy - 5x + 3$

परिणाम को फलन z के रूप में व्यक्त कीजिए।

3. Solve :

$$\left(\frac{y-z}{yz}\right)p + \left(\frac{z-x}{zx}\right)q = \left(\frac{x-y}{xy}\right)$$

Here symbols have usual meaning in partial differential equation.

हल कीजिए :

$$\left(\frac{y-z}{yz}\right)p+\left(\frac{z-x}{zx}\right)q=\left(\frac{x-y}{xy}\right)$$

यहाँ आंशिक अवकल समीकरण में प्रतीकों के सामान्य प्रचलित अर्थ हैं।

4. Find Laplace transform of the following $f(t)$:

$$f(t)=\begin{cases}3 \;;\; 0<t<2\\ -1 \;;\; 2<t<4\\ 0 \;;\; t\geq 4\end{cases}$$

निम्न फलन $f(t)$ का लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिए :

$$f(t)=\begin{cases}3 \;;\; 0<t<2\\ -1 \;;\; 2<t<4\\ 0 \;;\; t\geq 4\end{cases}$$

5. Evaluate :

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_C \frac{e^{zt}}{z^2(z^2+2z+2)}dz$$

where C is the circle $|z| = 3$.

Here t is constant.

मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{1}{2\pi i}\oint_C \frac{e^{zt}}{z^2(z^2+2z+2)}dz$$

जहाँ C एक $|z| = 3$ वृत्त है।

यहाँ t अचर है।

6. (a) Check the following matrix is Hermitian or not ?

$$A=\begin{bmatrix}1 & (1-i) & 2\\ (1+i) & 3 & i\\ 2 & -i & 0\end{bmatrix}$$

यह जाँच कीजिए कि निम्न मैट्रिक्स हर्मिशियन है अथवा नहीं :

$$A=\begin{bmatrix}1 & (1-i) & 2\\ (1+i) & 3 & i\\ 2 & -i & 0\end{bmatrix}$$

(b) The velocity V (km/min) with respect to time t is shown in the table. Estimate the distance $\int_0^{20} V\, dt$ covered in 20 minutes using Simpson's 3/8 rule :

t	V
0	0
2	10
4	18
6	25
8	29
10	32
12	20
14	11
16	5
18	2
20	0

समय t के साथ वेग V (km/min) को टेबल में बताया गया है। सिम्पसन के 3/8 के नियम से 20 मिनट में तय की दूरी को $\int_0^{20} V\, dt$ ज्ञात कीजिए :

t	V
0	0
2	10
4	18

6	25
8	29
10	32
12	20
14	11
16	5
18	2
20	0

7. Find the Fourier series coefficients a_n of the resulting periodic function :

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } -L < t < 0 \\ E \sin \omega t & \text{if } 0 < t < L \end{cases}$$

where $L = \frac{\pi}{\omega}$.

निम्न परिणामी आवृत्ति फलन के लिए फुरियर गुणांक a_n ज्ञात कीजिए :

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } -L < t < 0 \\ E \sin \omega t & \text{if } 0 < t < L \end{cases}$$

जहाँ $L = \frac{\pi}{\omega}$.

8. Find the divergence of the following function $\vec{F} = \vec{c}\, r$ using spherical coordinates. Here $\vec{C}$ is constant vector.

गोलीय निर्देशांक का उपयोग करते हुए फलन $\vec{F} = \vec{c}\, r$ का अपसरण ज्ञात कीजिए। यहाँ $\vec{C}$ एक अचर सदिश है।

9. Find the Fourier transform of the following function :

$$A(x) = \begin{cases} 1-|x| \text{ if } & |x| \le 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

निम्नलिखित फलन का फुरियर रूपांतरण ज्ञात कीजिए :

$$A(x) = \begin{cases} 1-|x| \text{ if } & |x| \le 1 \\ 0 & \text{अन्यथा} \end{cases}$$