MT-06

June - Examination 2019

B.A. / BSc. Pt. II Examination

Numerical Analysis & Vector Calculus

Paper - MT-06

Time : 3 Hours] **[Max. Marks :- 46**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C.

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों ए, बी, और सी में विभाजित है।

Section - A $6 \times 1 = 6$

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Section 'A' contain six (06) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit may be thirty words.

खण्ड – 'अ'

(अति लघु उत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ए' में छः (06) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नो को हल करना हैं। प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

1) (i) Define first forward difference.

प्रथम अग्रांतर को परिभाषित कीजिये।

(ii) Define factorial function.
क्रमगुणित फलन को परिभाषित कीजिये।

(iii) Define average operator μ
औसत संकारक μ को परिभाषित कीजिये।

(iv) Write Euler's formula to solve differential equation $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$
अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ को हल करने के लिए आयलर का सूत्र लिखिये।

(v) Define Gradient of a scalar point function.
अदिश बिन्दु फलन की प्रवणता को परिभाषित कीजिये।

(vi) State Gauss divergence theorem.
गास अपसरण प्रमेय का कथन कीजिये।

Section - B $4 \times 5 = 20$

(Short Answer Questions)

Note: Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 05 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड – ब)

(लघु उत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 05 अंक हैं। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

2) Prove that (सिद्ध कीजिये कि) :- $\left(\frac{\Delta^2}{E}\right)\left(\frac{e^x Ee^x}{\Delta^2 e^x}\right) = e^x$ given $h = 1$

3) Find y at $x = 23$ with the help of following data.
निम्नलिखित आकड़ों की सहायता से $x = 23$ पर y का मान ज्ञात कीजिये।

X	10	20	30	40	50	60	70	80
$Y = f(x)$	1	8	27	64	125	216	343	512

4) Find value of y at $x = 35$ by Stirling's formula.
स्टर्लिंग सूत्र द्वारा निम्नलिखित सारणी से $x = 35$ पर y का मान कीजिये।

X	20	30	40	50
$f(x)$	512	439	346	243

5) Find $f'(1.1)$ and $f'(1.1)$ from following data.
निम्न आकड़ों से $f'(1.1)$ व $f'(1.1)$ का मान ज्ञात कीजिए।

X	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
Y	7.989	8.403	8.781	9.129	9.451	9.750	10.031

6) Find root of equation $x^3 - 3x - 5 = 0$ corrected to fourth decimal place by using Newton – Raphson method.
न्यूटन रेफसन विधि द्वारा समीकरण $x^3 - 3x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिये।

7) Find y at $x = 0.1$ using Euler's modified method by taking h = 0.05. given
आयलर की आपरिवर्तित विधि द्वारा h = 0.05 लेते हुये $x = 0.1$ पर y का मान ज्ञात कीजिये, जबकि दिया है कि

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y, \quad y(0) = 1$$

8) Prove that (सिद्ध कीजिये कि) :– $\nabla^2\left(\frac{x}{r^3}\right)=0$ where (जहाँ)

$\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k} \Rightarrow r=\hat{r}=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

9) Find line integral $\int_c \vec{F}.d\vec{r}$ where $\vec{F}=\frac{y\hat{i}-x\hat{j}}{(x^2+y^2)}$ and C is square formed by lines $x=\pm 1, y=\pm 1$

रेखा समाकल $\int_c \vec{F}.d\vec{r}$ का मान ज्ञात कीजिये जहाँ $\vec{F}=\frac{y\hat{i}-x\hat{j}}{(x^2+y^2)}$ तथा C रेखाओ $x=\pm 1, y=\pm 1$ द्वारा बना वर्ग है।

Section - C **2 × 10 = 20**

(Long Answer Questions)

Note: Section 'C' contain 4 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 10 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words. Use of non-programmable scientific calculator / simple calculator allowed in this paper.

(खण्ड – स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्ही भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों को हैं, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है। इस प्रश्नपत्र में नॉन–प्रोग्रामेबल साइंटीफिक केल्कुलेटर/साधारण केल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति हैं।

10) (i) Find the function whose first difference is e^x.

वह फलन ज्ञात कीजिये जिसका प्रथम अंतर e^x है।

(ii) Prove that (सिद्ध कीजिये कि) :– $\underset{y.z}{\overset{2}{\triangle}} x^3 = x+y+z$

11) (i) Using Lagrange's formula for inverse interpolation find value of x for $f(x) = 13.6$.
प्रतिलोम अन्तर्वेशन के लग्रांज सूत्र के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित सारणी से $f(x) = 13.6$ के लिये x का मान ज्ञात कीजिये।

X	30	35	40	45	50
$f(x)$	15.9	14.9	14.1	13.3	12.5

(ii) From given data find value of integral $\int_0^4 e^x dx$ using Simpson's one third rule and compare value with exact value. Where $e = 2.72$, $e^2 = 7.39$, $e^3 = 20.09$, $e^4 = 54.60$

दिये गए आकड़ों से समाकलन $\int_0^4 e^x dx$ का, सिम्पसन का एक तिहाई नियम द्वारा मान ज्ञात कीजिए तथा वास्तविक मान से तुलना कीजिए। जहाँ $e = 2.72$, $e^2 = 7.39$, $e^3 = 20.09$, $e^4 = 54.60$

12) (i) Solve following system of equation by using Jacobi iteration methods.
जैकॉबी पुनरावृत्ति विधि द्वारा निम्न समीकरण निकाय का हल ज्ञात करे।

$$\begin{aligned} 20x + y - 2z &= 17 \\ 3x + 20y - z &= -18 \\ 2x - 3y + 20z &= 25 \end{aligned}$$

(ii) Prove that magnitude of any vector function $\vec{F}(t)$ is constant if and only if $\vec{F} \cdot \frac{d\vec{F}}{dt} = 0$
सिद्ध कीजिये कि किसी सदिश फलन $\vec{F}(t)$ का परिणाम अचर होगा यदि और केवल यदि $\vec{F} \cdot \frac{d\vec{F}}{dt} = 0$

13) (i) Find directional derivatives of function $\phi(x,y,z) = xy^2 + yz^2 + zx^2$ at point (1,1,1,) in direction of tangent line of curve $x = t,\ y = t^{2,}\ z = t^3$.

फलन $\phi(x,y,z) = xy^2 + yz^2 + zx^2$ के बिन्दु (1,1,1,) पर वक्र $x = t,\ y = t^{2,}\ z = t^3$. की स्पर्श–रेखा की दिशा में दिक्‌अवकलज ज्ञात कीजिए।

(ii) Verify Green's theorem for integral $\int_c [(xy + y^2)dx + x^2\, dy]$ where C is boundary of region R bounded by parabola $y = x^2$ and straight line $y = x$.

समाकल $\int_c [(xy + y^2)dx + x^2\, dy]$ के लिये समतल में ग्रीन की प्रमेय का सत्यापन कीजिये जहाँ C परवलय $y = x^2$ तथा सरल रेखा $y = x$ द्वारा परिबद्ध क्षेत्र R की परिसीमा है।