

MT-02

June - Examination 2019

B.A./B.Sc. Pt. I Examination**Calculus and Differential Equations****Paper - MT-02****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 47**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section - A**7 × 1 = 7**

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Section - A contains seven (07) Very Short Answer Type Questions, Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit may be thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'अ' में सात (07) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों का हल करना है। प्रत्येक प्रश्न को 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द है।

1) (i) Write logarithmic ratio test for convergence of series.

श्रेणियों के अभिसरण के लिए लघुगणकीय अनुपात परीक्षण लिखिये।

- (ii) State Lagrange's mean value theorem.
लाग्रांज का माध्यमान प्रमेय का कथन कीजिये।
- (iii) Define circle of curvature.
वक्रता वृत्त को परिभाषित कीजिये।
- (iv) State Euler's theorem.
आयलर प्रमेय का कथन कीजिये।
- (v) Define cusp.
उभयाग्र को परिभाषित कीजिये।
- (vi) Define Gamma function.
गामा फलन को परिभाषित कीजिये।
- (vii) Find integrating factor of Differential equation.
अवकल समीकरण का समाकलन गुणांक ज्ञात कीजिये।

$$\frac{dy}{dx} + y \sec^2 x = \sec^2 x \tan x$$

Section - B

4 × 5 = 20

(Short Answer Type Questions)

Note: Section - B contains Eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 05 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ब' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 05 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

2) Explain Convergence of the geometric series.

गुणोत्तर श्रेणी के अभिसरण को समझाइए।

3) Find pedal equation of ellipse $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$, ($e < 1$).

दीर्घवृत्त $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$, ($e < 1$) का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिये।

4) If $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{n}{2}}$ then show that

यदि $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{n}{2}}$ तो प्रदर्शित करो कि,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = n(n+1)(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{n}{2}-1}$$

5) Find asymptotes of following curve.

निम्न वक्र के अनन्तस्पर्शी ज्ञात कीजिए।

$$4x^3 - x^2y - 4xy^2 + y^3 + 3x^3 + 2xy - y^2 - 7 = 0$$

6) Find the envelope of the circle whose diameter is a line of constant length, which always slips between two fixed and mutually perpendicular lines.

उस वृत्त का अन्वालोप ज्ञात कीजिये जिसका व्यास अचर लम्बाई की एक रेखा है जो सदैव दो स्थिर एवं एक दुसरे पर लम्ब रेखाओं के बीच फिसलती है।

7) Find whole length of Cycloid

$$x = a(\theta - \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta), (0 \leq \theta \leq 2\pi)$$

चक्रज $x = a(\theta - \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta), (0 \leq \theta \leq 2\pi)$ की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए।

- 8) Find the value of following double integral by changing into polar co-ordinates.

निम्न द्वि समाकल - को ध्रुवी निर्देशांकों में परिवर्तित कर मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^{2a} \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} \sqrt{x^2+y^2} \, dx \, dy$$

- 9) Prove that (सिद्ध कीजिये) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^3}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3}{2^{4/3} \sqrt{3\pi}}$

Section - C

2 × 10 = 20

(Long Answer Type Questions)

Note: Section - C contains 4 Long answer type questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 10 marks. Examinees have to answer in maximum 500 words.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'स' में 4 प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्ही भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का हैं। परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

- 10) i) Find remainder term of Lagrange's and Cauchy form after expansion to n terms of function $\log(1+x)$
फलन $\log(1+x)$ के प्रसार में n पदों के पश्चात् लाग्रान्ज तथा कोशी शेष पद प्राप्त कीजिए।
- ii) Prove that radius of curvature of curve $x^2y = a(x^2 + y^2)$ at point $(-2a, 2a)$ is $2a$
सिद्ध करो कि वक्र $x^2y = a(x^2 + y^2)$ के बिन्दु $(-2a, 2a)$ पर वक्रता त्रिज्या $2a$ है।

- 11) i) Find a point within the triangle such that sum of square of its angular distance from vertices is minimum.

एक त्रिभुज के अन्दर एक ऐसा बिन्दु ज्ञात करो कि इसकी तीनों शीर्ष बिन्दुओं से कोणीय दूरियों के वर्गों का योगफल निम्निष्ठ हो।

- ii) Find total area of curve

वक्र $a^2y^2 = x^3(2a - x)$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

- 12) Trace the curve (वक्र का अनुरेखण कीजिए।)

i) $y^2(2a - x) = x^3$

ii) $r = a(1 + \cos \theta)$

- 13) i) Find the surface area of surface generated by revolving ellipse about its major axis.

दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ को दीर्घ-अक्ष के सापेक्ष घुमाने से जनित पृष्ठ का पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

- ii) Solve : हल कीजिये।

$$(x^3y^3 - xy) dx - dy = 0$$