782

MPH-03

June - Examination 2019

M.Sc. (Previous) Physics Examination

Quantum Mechanics

क्वांटम यांत्रिकी

Paper - MPH-03

Time : 3 Hours] **[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. Calculators is not allowed.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न पत्र शुरू करने से पूर्व पेपर कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच ले। केलकुलेटर की अनुमति नहीं है।

Section - A $8 \times 2 = 16$

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Answer all Questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड – 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) Energy of a particle in a one dimensional potential box in ground state is E_0. What is the energy of the particle in fourth excited state?
एक विमीय विभव बाक्स के मूल अवस्था में ऊर्जा E_0 है कण की चतुर्थ उत्तेजित अवस्था में ऊर्जा क्या होगी?

(ii) "The expectation value of an anti-Hermintain operator is purely real." Is this statement true?
प्रतिहर्मिशियन संकारक के प्रत्याशा मान शुद्ध रुप से वास्तविक होते है। क्या यह कथन सत्य है?

(iii) What is the eigenvalue of a unitary operator?
एकांक संकारक के आइगेन मान क्या होते है?

(iv) $m\frac{d^2\langle x\rangle}{dt^2} = -\langle \nabla V(x)\rangle$

What is the name of the above equation in quantum mechanics? Here symbols have usual meanings.

$$m\frac{d^2\langle x\rangle}{dt^2} = -\langle \nabla V(x)\rangle$$

क्वांटम यांत्रिकी में उपरोक्त समीकरण का नाम क्या होगा? यहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ है।

(v) If $a^+ |4\rangle = b|5\rangle$ What is the value of constant b? Here a^+ is creation operator.
यदि $a^+ |4\rangle = b|5\rangle$ अचर b का मान क्या होगा? यहाँ क्रिएशन संकारक a^+ है।

(vi) What is the value of Probability current density corresponding to real wave function.
वास्तविक तरंग फलन के संगत प्रायिकता धारा घनत्व का मान क्या होगा?

(vii) The eigenvalue of operator L^2 is $\frac{bh^2}{4\pi^2}$. What is the value of b in terms of function of azimuthal quantum number l ?

संकारक L^2 का आइगेन मान $\frac{bh^2}{4\pi^2}$ है। दिगंशी क्वांटम संख्या l के फलन के रूप में b का मान क्या होगा?

(viii) For hydrogen atom, what are possible values of l and m for quantum number n=1 ? Symbols have usual meanings.
हाइड्रोजन परमाणु के लिए क्वांटम संख्या n=1 के लिए l तथा m के संभव मान क्या होंगे? यहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ है।

Section - B **4 × 8 = 32**

(Short Answer Type Questions)

Note: Answer any four question. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड – ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्ही चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंको का है।

2) Write the expression for energy of one dimensional harmonic oscillator in nth state and also plot the wavefunctions corresponding to ground state ψ_0 first excited state ψ_1 and second excited state ψ_2 .
n वी अवस्था के लिए एक विमीय आवृत्ति दोलित्र ऊर्जा का व्यंजक क्या होगा? मूल अवस्था ψ_0, प्रथम उत्तेजित अवस्था ψ_1, द्वितीय उत्तेजित अवस्था ψ_2 के संगत तरंग फलनो को भी चित्रित कीजिए।

3) Define inner product of a bra and ket. Write its important properties.
ब्रा एवं केट के आंतरिक गुणन को परिभाषित कीजिए। इसके मुख्य गुणों को लिखिए।

4) Suppose that A and B are compatible observables and the eigenvalues of A are B nondegenerate. Then show that matrix elements $\langle a''|\,\mathrm{B}\,|a'\rangle$ are all diagonal.
यह मानिए कि A तथा B प्रतिस्पर्धी प्रेक्षणीय है तथा A तथा B के आइगेंन मान अनअपभ्रष्ट है यह भी दर्शाइए कि $\langle a''|\,\mathrm{B}\,|a'\rangle$ सभी विकर्ण मेट्रिक्स अवयव है।

5) Show that a unitary operator remains unitary under a unitary transformation.
यह दर्शाइए कि यूनिटरी संकारक यूनिटरी रूपान्तरण में यूनिटरी ही रहता है।

6) Evaluate $\langle 0|x^4|0\rangle$, where x is the position operator of simple harmonic oscillator, $|0\rangle$ state is the ground state of simple harmonic oscillator, Here $x = \sqrt{\frac{h}{2m\pi\omega}}\left(\frac{a + a^+}{\sqrt{2}}\right)$
सरल आवृत्ति दोलित्र के लिए $\langle 0|x^4|0\rangle$ का मान ज्ञात करिए। यहाँ सरल आवृत्ति दोलित्र के लिए $|0\rangle$ मूल अवस्था है।
जहाँ स्थिति संकारक $x = \sqrt{\frac{h}{2m\pi\omega}}\left(\frac{a + a^+}{\sqrt{2}}\right)$ है।

7) Using operator $x = \sqrt{\frac{h}{2m\pi\omega}}\left(\frac{a + a^{+}}{\sqrt{2}}\right)$

evaluate $\langle n|x^2|n\rangle$ for simple harmonic oscillator.

संकारक $x = \sqrt{\frac{h}{2m\pi\omega}}\left(\frac{a + a^{+}}{\sqrt{2}}\right)$ का उपयोग करते हुए सरल आवृत्ति दोलित्र के लिए $\langle n|x^2|n\rangle$ का मान ज्ञात करिए।

8) Obtain the Time Independent Schrodinger Equation from Time dependent Schrodinger Equation.
काल आश्रित श्रोडिंगर समीकरण से काल अनाश्रित श्रोडिंगर समीकरण प्राप्त कीजिए।

9) Explain the W.K.B. Approximation.
W.K.B. सन्निकटता को समझाए।

Section - C $2 \times 16 = 32$

(Long Answer Type Questions)

Note: Answer any two questions. You have to delimit your each answer maximum upto 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड – स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्ही दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। अपने उत्तर अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंको का है।

10) (i) A wavefunction $\psi = A \sin \frac{n\pi x}{L}$ exists in a region $0 < x < L$ potential is given by

$$V = \begin{cases} 0 & ; \quad 0 < x < L \\ \infty & otherwise \end{cases}$$

Here $n = 1, 2, 3, 4, ...$

By normalization condition determine the constant A.

एक तरंगफलन $\psi = A \sin \frac{n\pi x}{L}$ क्षेत्र $0 < x < L$ में है जहाँ विभव निम्न है

$$V = \begin{cases} 0 & ; \quad 0 < x < L \\ \infty & otherwise \end{cases}$$

जहाँ $n = 1, 2, 3, 4, ...$

प्रसामान्यीकरण शर्त द्वारा अचर A को ज्ञात करो।

(ii) Show that $J \times J = i \frac{h}{2\pi} J$

Here symbols have usual meanings.

यह दर्शाइए कि $J \times J = i \frac{h}{2\pi} J$

यहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ है।

11) Using Schrodinger Equation, Obtain the r, θ, ϕ equations for hydrogen atom. Also discuss the solution of θ equation.
हाइड्रोजन परमाणु के लिए श्रोडिंगर समीकरण का उपयोग करते हुए r, θ, ϕ समीकरणों को प्राप्त करिए तथा समीकरण θ के हल की भी विवेचना कीजिए।

12) (i) Find the probability current density corresponding to plane wave

$$\psi(x,t) = Ae^{ikx}\, e^{-i\left(\frac{2\pi E t}{h}\right)}$$

निम्न तरंग फलन के संगत प्रायिकता धारा घनत्व को ज्ञात करो।

$$\psi(x,t) = Ae^{ikx}\, e^{-i\left(\frac{2\pi E t}{h}\right)}$$

(ii) Using annihilation operator a evaluate the matrix elements $\langle m|a|n\rangle$. Write the matrix representing a. Here symbols have usual meanings.

एनीहिलेन संकारक a का उपयोग करते हुए मेट्रिक्स अवयव $\langle m|a|n\rangle$ ज्ञात करो। a को प्रदर्शित करनेवाले मेट्रिक्स को लिखिए। यहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ है।

13) (i) What do you mean by stationary states? Explain it.
How probabilities of various values of the energy of the system are determined.

स्थायी अवस्थाओ से आपका क्या तात्पर्य है? इसे समझाओ।
निकाय की ऊर्जा के संगत प्रयिकताए कैसे निर्धारित होती है?

(ii) Explain the Bohr somerfield Quantization rule using a bound stationary state in a potential well

एक विभव कूप में एक बद्ध स्थायी अवस्था का उपयोग करते हुए बोर सोमरफिल्ड क्वान्तिकरण नियम को समझाओ।

———