781

MPH-02

June - Examination 2019

MSC (Previous) Physics Examination

Mathematical Physics and Numerical Analysis

गणितीय भौतिकी एवं सांख्यिकी विश्लेषण

Paper - MPH-02

Time : 3 Hours] **[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. You are allowed to use a non-programmable calculator, however sharing of calculators is not allowed.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न पत्र शुरू करने से पूर्व पेपर कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच ले। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति हैं, परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नही है।

Section - A $8 \times 2 = 16$

(Very Short Answer Questions)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड – 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) If $\phi = \log r$ find $\vec{\nabla}\,\phi$ Here $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

यदि $\phi = \log r$ है तो $\vec{\nabla}\,\phi$ ज्ञात करो। यहाँ $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

(ii) Find the Laplace transform of $-\frac{3}{\sqrt{t}}$

$-\frac{3}{\sqrt{t}}$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करो।

(iii) Evaluate $\frac{\lceil 6}{2\lceil 3}$

ज्ञात करो। $\frac{\lceil 6}{2\lceil 3}$

(iv) Is relation $J_{\frac{1}{2}}(x) = -J_{-\frac{1}{2}}(x)$ correct for Bessel function?

बेसल फलन के लिए क्या सम्बन्ध $J_{\frac{1}{2}}(x) = -J_{-\frac{1}{2}}(x)$ सत्य है?

(v) Separate the imaginary and real part of the complex function e^{3z}

सम्मिश्र फलन e^{3z} के काल्पनिक तथा वास्तविक भाग पृथक करिए।

(vi) Consider Legendre polynomial $P_3(x)$ and $P_2(x)$ What is the value of $\frac{d}{dx}[P_3(x) + 2P_1(x)]$?

लिजेंद्र फलन $P_3(x)$ तथा $P_2(x)$ को लिजिए। $\frac{d}{dx}[P_3(x) + 2P_1(x)]$ का मान क्या होगा?

(vii) Evaluate $\int_0^{\infty} x^5 e^{-x}\, dx$

$\int_0^{\infty} x^5 e^{-x}\, dx$ ज्ञात करिए।

(viii)Find the Laplace transform of $(e^{3t} + e^{-3t})$

$(e^{3t} + e^{-3t})$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करिए।

Section - B **4 × 8 = 32**

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

खण्ड – ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) (i) Determine that whether following force field is conservation or not? $\vec{F} = (2xy + z^3)\,\hat{i} + x^2\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$

यह निर्धारण कीजिए कि निम्न फलन संरक्षि है अथवा नहीं?
$\vec{F} = (2xy + z^3)\,\hat{i} + x^2\hat{j} + 3xz^2\hat{k}$

(ii) Let $\vec{F} = 2xz\hat{i} - x\,\hat{j} + y^2\hat{k}$ Evaluate $\iiint_V \vec{F}\, dV$ Where V is the region bounded by the surfaces.

$x = 0,\ y = 0,\ y = 6,\ z = x^2,\ z = 4$

यह मानिए $\vec{F} = 2xz\hat{i} - x\,\hat{j} + y^2\hat{k}$ तो ज्ञात करिए $\iiint_V \vec{F}\, dV$ जहाँ V निम्न सतहो से परिबद्ध आयतन है। (4+4)

3) (i) Prove that the contraction of the tensor A_q^p is a scalar or invariant.

यह सिद्ध करिए कि टेन्सर A_q^p का संकुचन एक अदिश या निश्चर रहता है।

(ii) Find the Laplace transform of $e^{3t}\sin 4t$

$e^{3t}\sin 4t$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करिए। (4+4)

4) Find the Fourier series corresponding to the following :

function. $f(x)=\begin{cases}0; & -\pi<x<0\\ 1; & 0<x<\pi\end{cases}$

निम्न फलन के संगत फुरिअर श्रेणी ज्ञात करिए। $f(x)=\begin{cases}0; & -\pi<x<0\\ 1; & 0<x<\pi\end{cases}$

5) Evaluate $\int_0^1 x^4(1-\sqrt{x})^5\,dx$

$\int_0^1 x^4(1-\sqrt{x})^5\,dx$ ज्ञात कीजिए।

6) Find the eigenvalues and eigenvectors of Matrix.

$$A=\begin{bmatrix}2 & 0 & -2\\ 0 & 4 & 0\\ -2 & 0 & 5\end{bmatrix}$$

मेट्रिक्स के आइगेंन मान तथा आइगेंन सदिश ज्ञात कीजिए।

$$A=\begin{bmatrix}2 & 0 & -2\\ 0 & 4 & 0\\ -2 & 0 & 5\end{bmatrix}$$

7) (i) Find finite Fourier sine transform of the function $\frac{x}{\pi}$
फलन $\frac{x}{\pi}$ का परिमित फुरिअर ज्या रूपान्तर ज्ञात करिए।

(ii) If Laplace transform of $\frac{\sin 3t}{t}$ is $\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{s}{3}$ then find the Laplace transform of $e^{-4t}\left(\frac{\sin 3t}{t}\right)$

यदि $\frac{\sin 3t}{t}$ का लाप्लास रूपान्तर $\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\frac{s}{3}$ है तो $e^{-4t}\left(\frac{\sin 3t}{t}\right)$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करिए। (4+4)

8) Using (i) Trapezoidal rule, (ii) Simpson's one third rule, to evaluate the approximate value of $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ correct to 3 decimals taking $h = 0.25$

(i) ट्रेपेजाइदल नियम, (ii) सिम्पसन के एक तिहाई नियम की सहायता से $\int_0^1 \frac{dx}{1+x}$ का सन्निकट मान 3 दशमलव तक ज्ञात कीजिए यहाँ $h = 0.25$

9) Solve the following partial differential equation
$z^2(p+q) = x^2 + y^2$
Symbols have usual meanings.
निम्न आंशिक अवकल समीकरण को हल कीजिए।
$z^2(p+q) = x^2 + y^2$
यहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ है।

Section - C $2 \times 16 = 32$

(Long Answer Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

खण्ड – स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) (i) Using Cauchy Riemann equations show that $f(z) = z^3$ is analytic in the entire z plane.

कोचि रिमान समीकरणों कि सहायता से यह दर्शाओ कि पूरे z तल में $f(z) = z^3$

(ii) Find a unit normal to the surface $2x^2 + 4yz - 5z^2 = -10$ at the point $(3, -1, 2)$

$2x^2 + 4yz - 5z^2 = -10$ सतह के बिंदु $(3, -1, 2)$ पर इकाई अभिलम्ब सदिश ज्ञात करिए।

(iii) Evaluate $\int_0^\infty x^6 e^{-2x}\, dx$

ज्ञात करिए। $\int_0^\infty x^6 e^{-2x}\, dx$

(iv) Evaluate $\int_{-1}^{1} [P_2(x)]^2\, dx$ Here $P_2(x)$ is Legendre polynomial

ज्ञात करिए $\int_{-1}^{1} [P_2(x)]^2\, dx$ यहाँ $P_2(x)$ लिजेंद्र बहुपद है।

(4+4+4+4)

11) (i) Expand $f(x) = x$ where $0 < x < 2$ in a half range fourier sine series.

$f(x) = x$ जहाँ $0 < x < 2$ को अर्ध परास फुरिअर जया श्रेणी में विस्तारित कीजिए।

(ii) Evaluate $\oint_C \frac{e^z dz}{(z-1)(z+3)^2}$ where circle C is given by $|Z| = 10$

ज्ञात करो $\oint_C \frac{e^z dz}{(z-1)(z+3)^2}$ जहाँ वृत्त C निम्न है $|Z| = 10$

(8+8)

12) (i) Evaluate $\oint_C \frac{e^{2z} dz}{(z+1)^4}$ where C is the circle $|Z| = 3$

ज्ञात करो $\oint_C \frac{e^{2z} dz}{(z+1)^4}$ जहाँ वृत्त C निम्न है $|Z| = 3$

(ii) Find finite Fourier cosine transform of the function $f(x) = x^2$ where $0 < x < 4$

फलन का परिमित फुरिअर कोज्या रूपान्तर $f(x) = x^2$ जहाँ $0 < x < 4$

(8+8)

13) (i) Using Newton Raphson method find $\sqrt{8}$

न्यूटन रेपसन विधि द्वारा $\sqrt{8}$ ज्ञात करो।

(ii) Find $\iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$ using divergence theorem for vector $\vec{A} = x^2\hat{i} + y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$ taken over the cube $0 \le x, y, z \le 1$

अपसरण प्रमेय का उपयोग करते हुए $\iint_S \vec{A} \cdot d\vec{S}$ ज्ञात कीजिए

जहाँ $\vec{A} = x^2\hat{i} + y^2\hat{j} + z^2\hat{k}$ घन $0 \le x, y, z \le 1$ पर है।

(8+8)