

MPH-01

June - Examination 2019

MSc (Previous) Physics Examination**Classical Mechanics and Statistical Physics**

चिरसम्मत यांत्रिकी एवं सांख्यिकी भौतिकी

Paper - MPH-01**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. For paper MPH-01 calculators are NOT allowed.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न पत्र शुरू करने से पूर्व पेपर कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच ले। प्रश्नपत्र MPH-01 के लिए कैलकुलेटर की अनुमति नहीं है।

Section - A**8 × 1 = 16**

(Very Short Answer Type Questions) (Compulsory)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड - 'अ'

(अतिलघु उत्तर वाले प्रश्न) (अनिवार्य)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित करिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

- 1) (i) If lagrangian of a particle is given by

$$L = M (l^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 + r^2 \cos^2 \phi)$$

Find the Generalized momentum p_θ

यदि एक कण का लेग्रंजियन निम्न है

$$L = M (l^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 + r^2 \cos^2 \phi) \text{ तो व्यापक संवेग } p_\theta \text{ ज्ञात करो।}$$

- (ii) If Lagrangian of a system is given by

$$L = \frac{1}{2} \mu l^2 \dot{\phi}^2 + mgl \cos \phi$$

Find the equation of motion. Here μ, l, g, m are constants.

यदि एक निकाय का लेग्रंजियन निम्न है

$$L = \frac{1}{2} \mu l^2 \dot{\phi}^2 + mgl \cos \phi$$

तो गति का समीकरण ज्ञात करो। यहाँ μ, l, g, m अचर हैं।

- (iii) Three identical particles are moving with velocities.

$$\vec{v}_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j}, \quad \vec{v}_2 = -3\hat{i}, \quad \vec{v}_3 = -2\hat{j}$$

What is the velocity of centre of mass of the system of these three particles in centre of mass frame.

तीन एक समान गतिमान कणों के वेग निम्न हैं

$$\vec{v}_1 = 2\hat{i} + 3\hat{j}, \quad \vec{v}_2 = -3\hat{i}, \quad \vec{v}_3 = -2\hat{j}$$

द्रव्यमान केन्द्र निर्देश तंत्र में इस निकाय के द्रव्यमान केन्द्र का वेग क्या होगा ?

- (iv) Potential energy of a particle of mass m is given by $\frac{a \sin^2 x^2}{x^2}$

What is the angular frequency of oscillation for one dimensional motion for small values of x . Here a is constant.

एक कण जिसका द्रव्यमान m है, उसकी स्थितिज ऊर्जा $\frac{a \sin^2 x^2}{x^2}$

है। अल्प x के मानों के लिए एक विमीय गति के लिए दोलन की कोणीय आवृत्ति क्या होगी? यहाँ a अचर है।

- (v) Consider a long thin rod and neglect the vibrational motion.

How many degrees of freedom can be assigned to this rod?

एक लंबी पतली छड़ को लीजिए तथा उसके कम्पन्न गति को नगण्य मानिए। एस छड़ से कितनी स्वतंत्रता की कोटि संबद्ध की जा सकती है?

- (vi) Writing all steps find the value of Poisson bracket $[p, p]$

सभी पदों को लिखते हुए पॉइसन ब्रेकिट $[p, p]$ का मान ज्ञात करो।

- (vii) Thermodynamic relation is given by $dE = TdS + PdV - \mu dx$

Here symbols have usual meaning. What does x represent ?

ऊष्मागतिक सम्बन्ध $dE = TdS + PdV - \mu dx$ द्वारा दिया जाता है? यहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ है। यहाँ x क्या प्रदर्शित करता है?

- (viii) Is following relation correct?

$$P = - \left(\frac{\partial A}{\partial V} \right)_{N,T}$$

Here symbols have usual meaning.

क्या निम्न सम्बन्ध सही है?

$$P = - \left(\frac{\partial A}{\partial V} \right)_{N,T}$$

यहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ है।

Section - B**4 × 8 = 32**

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड - ब)

(लघुउत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Consider At wood machine in which pulley has moment of inertia I and blocks have masses m_1 and m_2 . Obtain the equation of motion using Lagrangian.

एक एटवूड मशीन को लीजिए जिसमें एक पुली का जडत्व आघूर्ण I है तथा ब्लोको के द्रव्यमान m_1 तथा m_2 है। लेग्रंजियन का उपयोग करते हुए गति का समीकरण प्राप्त करिए।

3) Obtain the Lagrangian for system of two interacting particles for which the potential energy of the interaction depends only on the distance between i.e. $U = U(r)$. Express the Lagrangian in terms of relative position vector and reduced mass.

दो अंतर्क्रिया करने वाले कणों के निकाय का लेग्रंजियन प्राप्त करिए जिसके लिए अंतर्क्रिया की स्थितिज ऊर्जा केवल उनके मध्य दूरी पर निर्भर करती है अर्थात् $U = U(r)$ समानित द्रव्यमान तथा सापेक्षिक स्थिति सदिश के पदों में लेग्रंजियन को व्यक्त करिए।

4) Discuss the free motion of symmetrical top.

सममित लट्टू के मुक्त गति की विवेचना कीजिए।

- 5) Obtain the equation of motion for Simple pendulum using Hamilton's equations.

हेमिल्टन के समीकरणों की सहायता से सरल लोलक की गति का समीकरण प्राप्त करिए।

- 6) For what values of the parameter α the following transformation is canonical?

$$Q = q \cos \alpha - p \sin \alpha$$

$$P = q \sin \alpha + p \cos \alpha$$

प्राचल α के कौनसे मानों के लिए निम्न रूपान्तरण केनोनिकल होगी ?

$$Q = q \cos \alpha - p \sin \alpha$$

$$P = q \sin \alpha + p \cos \alpha$$

- 7) What do you mean by ensemble average? Also write the Liouville's theorem.

एन्सेम्बल औसत से आपका क्या तात्पर्य है? लियोविली प्रमेय को भी लिखिए।

- 8) What do you mean by partition function? What the key points of microcanonical ensemble and canonical ensemble?

संवितरण फलन से आपका क्या तात्पर्य है? माइक्रो केनोनिकल एन्सेम्बल एवं केनोनिकल एन्सेम्बल के मुख्य बिन्दुओं को लिखिए।

- 9) Find the partition function & mean energy for N weakly coupled harmonic oscillators.

N दुर्बल रूप से युग्मित आवर्ती दोलित्रों के लिए संवितरण फलन एवं माध्य ऊर्जा ज्ञात करो।

Section - C

2 × 16 = 32

(Long Answer Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घउत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित करना है। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) What do you mean by Degenerate Electron Gas? Obtain the expression for Fermi energy for it and also explain the white dwarf star.

डीजेनरेट इलेक्ट्रॉन गैस से आपका क्या तात्पर्य है? इसके लिए फर्मी ऊर्जा का व्यंजक प्राप्त करिए तथा श्वेत बौने तारे को भी समझाइए।

11) (a) When will be significant departure from typical classical behavior exhibited by the system of particles? Explain it with help of De Broglie wavelength. Also explain the key points of Bose-Einstein distribution (B-E statistics).

(b) Obtain the equation of motion for Linear Harmonic Oscillator using Hamilton's equations.

(a) कणों के निकाय के प्रदर्शित किये जाने वाले चिरसम्मत व्यवहार का महत्वपूर्ण पृथक्करण कब होता है? इसे डी ब्रोग्ली तरंगदैर्घ्य की सहायता से समझाइए। बोस आइन्स्टीन वितरण (B-E सांख्यिकी) के मुख्य बिन्दुओं को भी समझाइए।

(b) हेमिल्टन समीकरणों की सहायता से रेखीय आवृत्ति दोलित्र के गति के समीकरण को प्राप्त कीजिए।

- 12) Determine the period of oscillations of a simple pendulum as a function of the amplitude of the oscillations.

एक सरल लोलक के दोलन के आवर्तकाल को दोलन के आयाम के पदों के रूप में निर्धारण कीजिए।

- 13) Determine the oscillations of a system with two degrees of freedom whose Lagrangian is :

$$L = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{1}{2} \omega_0^2 (x^2 + y^2) + \alpha xy$$

(i.e. two identical one-dimensional systems of eigenfrequency ω_0 coupled by an interaction $-\alpha xy$)

दो कोटि की स्वतंत्रता वाले निकाय के दोलनों को निर्धारण कीजिए जिसका लैंग्रेजियन निम्न है

$$L = \frac{1}{2} (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) - \frac{1}{2} \omega_0^2 (x^2 + y^2) + \alpha xy$$

(अर्थात् दो एक समान एक विमीय निकाय की आइगेन आवृत्ति ω_0 है तथा अंतर्क्रिया $-\alpha xy$ द्वारा युग्मित है।)

—————