

BMT

June - Examination 2019

BSCP Examination**Mathematics**

गणित

Paper - BMT**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. You are allowed to use a non-programmable calculator, however sharing of calculators is not allowed.

निर्देश : प्रश्न पत्र तीन खण्डों ए, बी, और सी में विभाजित है। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटर के उपयोग को अनुमति है, परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

Section - A**8 × 2 = 16**

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Section 'A' contain 08 Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 02 marks and maximum word limit is thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघुउत्तरात्मक प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ए' में 08 अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 02 अंक हैं और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

- 1) (i) If $z = x + iy$ is a complex number then prove that $z - \bar{z} = 2iy$
यदि $z = x + iy$ एक सम्मित्र राशि है तब सिद्ध कीजिये कि $z - \bar{z} = 2iy$
- (ii) Define Identity relations.
तत्समक संबंधको परिभाषित कीजिए।
- (iii) Find the derivative of $\log_e x$ with respect to x .
 $\log_e x$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।
- (iv) Evaluate (मान ज्ञात कीजिये) $\int_1^3 x^2 dx$
- (v) Define eccentricity of Ellipse.
दीर्घवृत्त की उत्केन्द्रता को परिभाषित कीजिये।
- (vi) Write the co-ordinates of the point dividing the line joining two points $A(x_1, y_1, z_1)$ and $B(x_2, y_2, z_2)$ in the ratio $m : n$.
बिन्दुओं $A(x_1, y_1, z_1)$ व $B(x_2, y_2, z_2)$ को मिलाने वाली रेखा को $m : n$ में विभाजित करने वाले बिन्दु के निर्देशांक लिखिए।
- (vii) Define the Triangle rule of vectors.
सदिशों का त्रिभुज नियम परिभाषित कीजिए।
- (viii) Write third law of Newton's law of motion.
न्यूटन की गति का तृतीय नियम लिखिए।

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Type Questions)

Note: Section 'B' contain 08 Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को कीन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

- 2) Prove that (सिद्ध कीजिए) $(1 + i)^n + (1 - i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos \frac{n\pi}{4}$
- 3) If function $f: Q - \{1\} \rightarrow Q$ where $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}, \forall x \in Q - \{1\}$ then prove that function f is one-one but not onto.
यदि फलन $f: Q - \{1\} \rightarrow Q$ जहाँ $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}, \forall x \in Q - \{1\}$ तब सिद्ध कीजिये कि फलन एकैकी है परंतु आच्छादक नहीं है।
- 4) Evaluate (मान ज्ञात कीजिये) $\int e^{ax} \sin bxdx$
- 5) Find the equation of common tangent lines of circle $x^2+y^2+2ax=0$ and parabola $y^2 = 2a(x - a)$.
वृत्त $x^2+y^2+2ax=0$ व परवलय $y^2 = 2a(x - a)$ की उभयनिष्ठ रेखाओं का समीकरण ज्ञात कीजिये।
- 6) In what ratio does co-ordinate planes intersect the line joining points P(-2, 4, 7) and Q(3, -5, 8). Find the point of intersection of co-ordinate planes and line.
बिंदुओं P(-2, 4, 7) व Q(3, -5, 8) को मिलाने वाली रेखा को निर्देशांक समतल किस अनुपात में विभाजित करते हैं। निर्देशांक समतल के रेखा के साथ परिच्छेद बिंदु भी ज्ञात कीजिये।

- 7) Prove that points $2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$, $\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$, $3\vec{a} + 4\vec{b} - 2\vec{c}$ and $\vec{a} - 6\vec{b} + 6\vec{c}$ are coplanar.

सिद्ध कीजिये कि बिंदु $2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$, $\vec{a} + 2\vec{b} + 3\vec{c}$, $3\vec{a} + 4\vec{b} - 2\vec{c}$ व $\vec{a} - 6\vec{b} + 6\vec{c}$ समतलीय हैं।

- 8) If a particle starting from origin and moving in plane XOY such that velocity in direction of x axis is proportional to y and in direction of y axis is constant then find path of particle.

एक कण मूल बिंदु से खाना होकर XOY समतल में इस प्रकार गतिमान हैं कि x- अक्ष कि दिशा में वेग y के समानुपाती हैं व y- अक्ष कि दिशा में वेग अचर हैं तो कण का पथ ज्ञात कीजिये।

- 9) Find the value of $\int_0^{\frac{x}{2}} \frac{dx}{(a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x)}$

$\int_0^{\frac{x}{2}} \frac{dx}{(a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x)}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Section - C

$2 \times 16 = 32$

(Long Answer Type Questions)

Note: Section 'C' contain 04 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 16 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को कीन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 16 अंको का हैं, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

10) (a) Find derivative of $\sec x$ by first principle of derivative.

अवकलन के प्रथम सिद्धांत से $\sec x$ का अवकलन ज्ञात कीजिये।

(b) Find the derivative of $\log_e \left[\frac{x + \sqrt{x^2 + a^2}}{a} \right]$ with respect to x .

$\log_e \left[\frac{x + \sqrt{x^2 + a^2}}{a} \right]$ का x के सापेक्ष अवकलन कीजिए।

11) (a) If $x = \sin t$ and $y = \sin pt$ then prove that

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + p^2 y = 0$$

यदि $x = \sin t$ व $y = \sin pt$ तब सिद्ध कीजिये कि

$$(1 - x^2) \frac{d^2 y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + p^2 y = 0$$

(b) If $y = e^{a \sin^{-1} x}$ then prove that

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n + 1) x y_{n+1} - (n^2 + a^2) y_n = 0.$$

यदि $y = e^{a \sin^{-1} x}$ तब सिद्ध कीजिये कि

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n + 1) x y_{n+1} - (n^2 + a^2) y_n = 0.$$

12) (a) Find the limit of $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$ की सीमा ज्ञात कीजिये।

(b) Evaluate (मान ज्ञात कीजिये) $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$

13) (a) Prove that $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ if and only if $(\vec{a} \times \vec{c}) \times \vec{b} = 0$ or \vec{a} and \vec{c} are collinear.

सिद्ध कीजिये कि $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ यदि व केवल यदि $(\vec{a} \times \vec{c}) \times \vec{b} = 0$ या \vec{a} और \vec{c} समरेखीय हैं।

(b) Find the equation of plane passes through point (4, 2, 4)

and perpendicular to planes $2x + 5y + 4z + 1 = 0$ and

$4x + 7y + 6z + 2 = 0$.

बिंदु (4, 2, 4) से गुजरने वाले एवं समतल $2x + 5y + 4z + 1 = 0$

तथा $4x + 7y + 6z + 2 = 0$ के लम्बवत समतल का समीकरण

ज्ञात कीजिये।
