

**MT-02**

June - Examination 2018

**B.A./B.Sc. Pt. I Examination****Calculus and Differential Equations****Paper - MT-02**

Time : 3 Hours ]

[ Max. Marks :- 67

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

**निर्देश :** यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों का उत्तर दीजिए। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section - A

 $7 \times 1 = 7$ 

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Section 'A' contain seven (07) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 mark and maximum word limit may be thirty words.

## खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तर वाले प्रश्न)

**निर्देश :** खण्ड 'अ' में सात (07) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक हैं और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

- 1) (i) Write Logarithmic ratio test for convergence of series.  
श्रेणी के अभिसरण के लिए लघुगणकीय अनुपात परिक्षण लिखिये।
- (ii) Write Cartesian formula of derivative of length of an arc.  
चाप की लम्बाई के अवकलन का कार्तीय सूत्र लिखिये।
- (iii) Write formula for radius of curvature in tangential-polar equation.  
स्पर्शीय ध्रुवीय समीकरण के लिये वक्रता त्रिज्या का सूत्र लिखिये।
- (iv) Write necessary condition for function  $f(x, y)$  to be extreme at point  $x = a, y = b$ .  
किसी फलन  $f(x, y)$  के बिंदु  $x = a, y = b$  चरम मान होने का आवश्यक प्रतिबन्ध लिखिये।
- (v) Define convexity.  
उत्तलता को परिभाषित कीजिये।
- (vi) Write the value of  $\left| \frac{1}{4} \right| \left| \frac{3}{4} \right|$ .  
 $\left| \frac{1}{4} \right| \left| \frac{3}{4} \right|$  का मान लिखिये।
- (vii) Solve :  $e^y \frac{dy}{dx} = e^x + x^2$   
हल कीजिये :  $e^y \frac{dy}{dx} = e^x + x^2$

## (Short Answer Questions)

Note: Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinee will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

## (खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** खण्ड 'ब' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

2) Examine series  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^p}$  for convergence and absolute convergence for  $p > 0$ .

श्रेणी  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^p}$  के  $p > 0$  के लिए अभिसरण तथा निरपेक्ष अभिसरण की जाँच कीजिए।

3) Find pedal equation for curve  $r = a(1 + \cos\theta)$ .

वक्र  $r = a(1 + \cos\theta)$  का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिये।

4) If  $\theta = t^n e^{-r^2/4t}$  then find the value of  $n$  for which

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

यदि  $\theta = t^n e^{-r^2/4t}$  हो तो  $n$  का वह मान ज्ञात कीजिये जिसके लिये

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial \theta}{\partial r} \right) = \frac{\partial \theta}{\partial t}$$

- 5) Find Asymptotes of following curve :

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$$

निम्न वक्र की अनन्तस्पर्शियों ज्ञात कीजिए :

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$$

- 6) Find envelope of circles which are drawn assuming polar lines of curve  $r^n = a^n \cos n\theta$  as diameters.

उन वृत्तों का अन्वालोप ज्ञात कीजिये जो वक्र  $r^n = a^n \cos n\theta$  की ध्रुवान्तर रेखाओं को व्यास मानकर खींचे गये हैं।

- 7) Find whole length of cycloid

$$x = a(\theta - \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta), (0 \leq \theta \leq 2\pi).$$

चक्रज  $x = a(\theta - \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta), (0 \leq \theta \leq 2\pi)$  की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए।

- 8) Integrate  $r \sin \theta$  over the region of cardioids  $r = a(1 + \cos \theta)$  lie above initial line.

हृदयाभ (कार्डिऑयड)  $r = a(1 + \cos \theta)$  के प्रारम्भिक रेखा से ऊपर वाले क्षेत्र पर  $r \sin \theta$  का समाकलन कीजिए।

- 9) Prove that :  $\beta(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{(m+n)}$

सिद्ध कीजिये कि :  $\beta(m, n) = \frac{\sqrt{m} \sqrt{n}}{(m+n)}$

## (Long Answer Questions)

Note: Section 'C' contain 4 long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

## (खण्ड - स)

## (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** खण्ड 'स' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

10) (i) Find Lagrange's and Cauchy's reminder after  $n$  terms of function  $\log(1+x)$ .

फलन  $\log(1+x)$  के प्रसार में  $n$  पदों के पश्चात् लाग्रान्ज तथा कोशी शेष पद प्राप्त कीजिए।

(ii) Prove that radius of curvature of the curve  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  at point  $(a \cos^3\theta, a \cos^3\theta)$  is  $\frac{3a}{2} \sin 2\theta$ .

सिद्ध कीजिये कि वक्र  $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$  के बिन्दु  $(a \cos^3\theta, a \cos^3\theta)$  पर वक्रता त्रिज्या  $\frac{3a}{2} \sin 2\theta$  होगी।

11) (i) Describe maxima and minima of function  $f(x, y) = \sin x \sin y \sin(x+y)$  given  $0 < x, y < \pi$ .

फलन  $f(x, y) = \sin x \sin y \sin(x+y)$  के उच्चिष्ठ व निम्निष्ठ की विवेचना कीजिये जबकि  $0 < x, y < \pi$

(ii) Trace the curve :  $ay^2 = x(x - a)^2$

वक्र का अनुरेखन कीजिये :  $ay^2 = x(x - a)^2$

12) (i) Find area between curve and its asymptote  $x(x^2 + y^2) = a(x^2 - y^2)$

दिये वक्र और इसकी अनन्त स्पर्शी के मध्य का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिये।

$$x(x^2 + y^2) = a(x^2 - y^2)$$

(ii) Find the volume of solid of revolution when Lemniscate

$$r^2 = a^2 \cos 2\theta \text{ is revolving about line } \theta = \frac{\pi}{2}.$$

द्विपाशी  $r^2 = a^2 \cos 2\theta$  से जनित ठोस आकृति का आयतन ज्ञात कीजिए जब यह रेखा  $\theta = \frac{\pi}{2}$  के परितः परिक्रमण करता हो।

13) (i) Find the volume of solid in surrounded by cylinders  $x^2 + y^2 = a^2$

and  $x^2 + z^2 = a^2$  in first octant

बेलनों  $x^2 + y^2 = a^2$  तथा  $x^2 + z^2 = a^2$  से घिरे हुए प्रथम अष्टाशंक में ठोस का आयतन ज्ञात कीजिये।

(ii) Solve :  $(xy \sin xy + \cos xy) ydx + (xy \sin xy - \cos xy) xdy = 0.$

हल कीजिये :  $(xy \sin xy + \cos xy) ydx + (xy \sin xy - \cos xy) xdy = 0.$