

MSCPH-02

June - Examination 2018

MSc (Previous) Physics Examination**Statistical Mechanics and Quantum Mechanics**

सांख्यिकी यांत्रिकी तथा क्वांटम यांत्रिकी

Paper - MSCPH-02**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: This question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English Version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. Calculators are not allowed.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अन्तिम माना जायेगा। प्रश्न शुरू करने से पूर्व प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच ले। केलक्युलेअर की अनुमति नहीं है।

Section - A**8 × 2 = 16**

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

- 1) (i) Define phase space. What do you mean by μ space and Γ space?
कला आकाश को परिभाषित कीजिए। μ स्पेस तथा Γ स्पेस से आप क्या समझते हैं?
- (ii) Define partition function?
संवितरण फलन (पार्टीशन फंक्शन) को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Write distribution function for Fermi-Dirac statistics.
फर्मी-डिराक स्टेटिस्टिक्स के लिए वितरण फलन का व्यंजक लिखें।
- (iv) If the operators \hat{A} and \hat{B} are Hermitian, then Is $i(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A})$ Hermitian?
यदि संकारक \hat{A} तथा \hat{B} हर्मिशियन हैं तो क्या $i(\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A})$ संकारक हर्मिशियन होगा?
- (v) State Ehrenfest theorem.
एहरेनफेस्ट की प्रमेय को परिभाषित कीजिए।
- (vi) What is the value of commutator $(\hat{L}_x\hat{p}_y - \hat{p}_y\hat{L}_x)$. Symbols have their usual meaning.
कम्यूटेटर $(\hat{L}_x\hat{p}_y - \hat{p}_y\hat{L}_x)$ का क्या मान है? सभी संकारक के संकेत अपने प्रचलित अर्थ रखते हैं।

(vii) What are the possible eigenvalues of the addition of two angular momenta $j_1 = 1$, $j_2 = 1$?

दो कोणीय संवेग $j_1 = 1$ तथा $j_2 = 1$ के योग से बने परिणामित कोणीय संवेग के संभावित आङ्गनमान क्या होंगे?

(viii) Write Klein-Gordon relativistic equation for a free particle.

एक मुक्त कण के लिए क्लीन-गॉर्डन आपेक्षिक समीकरण क्या है, लिखें।

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Type Questions)

Note: Answer any four questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Show that the condition of thermal equilibrium in the two interconnected system is $\left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial E_1}\right) = \left(\frac{\partial\sigma_2}{\partial E_2}\right)$. Hence define statistical temperature.

दो जुड़े हुए निकाय यदि तापीय साम्य में हों तो सिद्ध कीजिए की $\left(\frac{\partial\sigma_1}{\partial E_1}\right) = \left(\frac{\partial\sigma_2}{\partial E_2}\right)$ । अतः स्टेटिस्टिकलताप को परिभाषित कीजिए।

- 3) Define micro canonical, canonical, and grand canonical ensembles. Give a comparison of these ensembles.

माइक्रो केनोनीकल, केनोनिकल, तथा ग्राँड-केनोनीकल एनसेम्बिल को परिभाषित कीजिए। इन एनसेम्बिलों की तुलना भी कीजिए।

- 4) Prove that eigenvalues of a Hermitian operator are real and the eigenfunctions belonging to different eigenvalues are orthogonal.

सिद्ध कीजिए कि हर्मिशियन संकारक का आइगनमान वास्तविक (रियल) हैं तथा आइगन फलन भिन्न आइगन मानों के लिए लम्बकत होंगे।

- 5) Using Schrodinger wave equation deduce the equation of continuity.

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0$, where ρ is the probability density and \vec{j} is the probability current density.

श्रॉडिंजर तरंग समीकरण का उपयोग करते हुए सततता समीकरण $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \vec{j} = 0$ को स्थापित कीजिए। ρ प्रायिकता घनत्व तथा \vec{j} प्रायिकता धारा घनत्व प्रदर्शित करता है।

- 6) Determine the reflection coefficient of a particle from a rectangular potential wall defined by

$$U(x) = 0, \quad x < 0$$

$$U(x) = U_0, \quad x \geq 0 ; \text{ the energy of the particle is } E > U_0 .$$

आयताकार विभव दीवार से $E - U_0$ ऊर्जा के कण का परावर्तन गुणांक की गणना करें। विभव दीवार निम्न प्रकार से परिभाषित है:

$$U(x) = 0, \quad x < 0$$

$$U(x) = U_0, \quad x \geq 0 ; \text{ कण की ऊर्जा } E > U_0$$

- 7) Write Schrodinger equation for linear harmonic oscillator and solve it for energy eigenvalues.

श्राँडिन्जर समीकरण रेखीय सरल आवर्त दोलित्र के लिए लिखें तथा इसे हल कर ऊर्जा आइगन मान के व्यंजक प्राप्त करें।

- 8) In the time independent perturbation theory where the Hamiltonian of the system can be expressed as $\hat{H} = \hat{H}_0 + \lambda H'$, where H' , where H' is the time independent perturbation energy, and λ is a perturbation parameter. Find the correction to the energy eigenvalue correct upto first order perturbation.

काल अनाश्रित परटरबेशन सिद्धान्त में किसी निकाय का हेम्लिटोनियन $\hat{H} = \hat{H}_0 + \lambda H'$ से व्यक्त किया गया है, यहाँ H' टाइम इन्डिपेन्डेंट परटरबेशन ऊर्जा हैं, तथा λ परटरबेशन पेरामीटर है। ऊर्जा आइगन मान में प्रथम कोटि के संशोधन ज्ञात करें।

- 9) Obtain Klein-Gordon relativistic equation for a free particle. Derive equation of continuity.

एक मुक्त कण के लिए आपेक्षिकीय क्लीन-गॉर्डन समीकरण प्राप्त करें। सततता समीकरण की व्युत्पत्ति दें।

(Long Answer Type Questions)

Note: Answer any two questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आपको अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित करना है। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

- 10) What is the probability of finding the electron in the ground state of the hydrogen atom between r and $r + dr$? Prove that the most probable distance of the electron is Bohr radius. Given that the radial wave function of the electron in the ground state is $R_{10}(r) = \frac{2}{\sqrt{a^3}} e^{-r/a}$

हाइड्रोजन परमाणु के लिए मूल अवस्था में इलेक्ट्रॉन को r तथा $r + dr$ के मध्य पाने की प्रायिकता क्या है? यह भी सिद्ध करें कि परमाणु में इलेक्ट्रॉन की अधिकतम संभावित दूरी बोहर रेडिअस के तुल्य है। दिया है रेडिअल तरंग फलन मूल अवस्था के लिए $R_{10}(r) = \frac{2}{\sqrt{a^3}} e^{-r/a}$ है।

- 11) Find the energy eigenvalues and normalized eigenfunctions of a particle in a potential well of infinite depth.

एक कण अनन्त गहराई के विभव कूप में निहित है। इस कण के ऊर्जा आइगनमान तथा प्रसामान्यकृत आइगन फलनों की गणना करें।

- 12) Define partition function. Express the following thermodynamic quantities in terms of partition function:

Entropy S , free energy F , Total energy E , Enthalpy H , Gibbs free energy G , and Pressure P . Write the statement and proof of Boltzmann equipartition theorem.

पार्टीशन फंक्शन को परिभाषित कीजिए तथा निम्न थर्मोडाइनेमिक राशियों को पार्टीशन फंक्शन के रूप में व्यक्त करें। एन्ट्रॉपी S , फ्री इनर्जी F , कुल ऊर्जा E , एंथैल्पी H , गिब्स फ्री इनर्जी G , तथा दाब P . बोल्टजमेन समविभाजन प्रमेय का कथन एवं उपपत्ति दीजिए।

- 13) Define statistical distribution function. Deduce an expression for Bose-Einstein distribution function. Give a comparison of Maxwell-Boltzmann, Bose-Einstein, and Fermi-Dirac statistics.

सांख्यिकी वितरण-फलन को परिभाषित कीजिए। बोस-आइन्स्टीन वितरण फलन का व्यंजक प्राप्त कीजिए। मेक्सवेल, बोस-आइन्सटीन, तथा फर्मी-डिराक सांख्यिकी की तुलना कीजिए।
