

MPH-03

June - Examination 2018

M.Sc. (Previous) Physics Examination**Quantum Mechanics**

क्वांटम यांत्रिकी

Paper - MPH-03**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगतता की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्नपत्र शुरू करने से पूर्व प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच लें।

Section - A**8 × 2 = 16**

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

- 1) (i) "Inner product of a Bra and a Ket is $\langle \alpha | \alpha \rangle$ then $\langle \alpha | \alpha \rangle$ must satisfy the $\langle \alpha | \alpha \rangle \leq 0$ ". Is this statement true?
 "एक केट व ब्रा का आंतरिक गुणन $\langle \alpha | \alpha \rangle$ है तो $\langle \alpha | \alpha \rangle$ के लिए सम्बन्ध $\langle \alpha | \alpha \rangle \leq 0$ को निश्चित रूप से संतुष्ट करेगा"। क्या यह कथन सत्य है?
- (ii) What is the value of modulus of complex number which is the eigenvalue of a unitary operator?
 उस संमिश्र संख्या का मोडूलस का मान क्या होगा जो कि यूनिटरी संकारक का आइगेन मान है?
- (iii) Write the value of following commutation relation
 $[y, p_y]$.
 निम्न विनिमय सम्बन्ध का मान क्या होगा?
 $[y, p_y]$
- (iv) Relation $a|n\rangle = \alpha|n-1\rangle$ What is the value of α in terms of n ?
 सम्बन्ध $a|n\rangle = \alpha|n-1\rangle$ यहाँ α का मान n के पदों में क्या होगा?
- (v) For one dimensional simple harmonic oscillator for state n , Hamiltonian operator $H|n\rangle = \beta|n\rangle$ What is the value of β ?
 अवस्था n के लिए एक विभीय सरल आवर्ती दोलित्र के लिए हेमिल्टोनियन H के लिए $H|n\rangle = \beta|n\rangle$ है तो β का मान क्या होगा?

(vi) What is the value of $\frac{\partial}{\partial t} \int_{All\ space} \psi^* \psi d\tau$

$\frac{\partial}{\partial t} \int_{All\ space} \psi^* \psi d\tau$ का मान क्या होगा?

(vii) Write operator \hat{L}_x in Cartesian coordinate?

संकारक \hat{L}_x को कार्तीय निर्देशांक के रूप में लिखिए।

(viii) "Pauli spin matrix σ_x is Hermitian matrix." Is this statement true?

“पाउली स्पिन मेट्रिक्स σ_x हर्मिशियन मेट्रिक्स होती है”। क्या यह कथन सत्य है?

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) If the set of eigenkets $\{|a'\rangle\}$ forms a complete orthonormal set then show that $\sum_{a'} |a'\rangle \langle a'| \equiv 1$

यदि आइगेनकेट का समुच्चय $\{|a'\rangle\}$ एक पूर्ण ऑर्थोनॉर्मल समुच्चय बनाता है तो यह दर्शाओ कि $\sum_{a'} |a'\rangle \langle a'| \equiv 1$

- 3) Prove that the fundamental commutation relation $[x, p_x] = i\hbar$ remains unchanged under unitary transformation.

यह सिद्ध करो कि मूलभूत विनिमय सम्बन्ध $[x, p_x] = i\hbar$ यूनिटरी रूपांतरण के दौरान अपरिवर्तित रहता है।

- 4) For ladder operator show that $[J_z, J_+] = \hbar J_+$
लेडर संकारक के लिए दर्शाओ कि $[J_z, J_+] = \hbar J_+$

- 5) For Pauli matrices prove that

(i) $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$

(ii) $\sigma_x \sigma_y \sigma_z = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$

पाउली के मेट्रिक्स के लिए निम्न सिद्ध करो

(i) $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$

(ii) $\sigma_x \sigma_y \sigma_z = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$

- 6) Obtain the time independent Schrodinger equation from time dependent Schrodinger equation.

काल आश्रित श्रोडिंगर समीकरण की सहायता से काल अनाश्रित श्रोडिंगर समीकरण प्राप्त कीजिए।

- 7) What are the fundamental properties of Schrodinger equation.

श्रोडिंगर समीकरण के मूलभूत गुण लिखिए।

- 8) Plot wave function of one dimensional harmonic oscillator

$\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$.

एक विभीय आवृत्ति दोलित्र के तरंग फलन $\psi_0, \psi_1, \psi_2, \psi_3$ को बनाइए।

- 9) What do you mean by WKB approximation?

WKB सन्निकटता से आपका क्या तात्पर्य है?

Section - C

 $2 \times 16 = 32$

(Long Answer Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आपको अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित करना है। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) Explain the Stern Gerlach Experiment.

स्टर्न गेर्लेक प्रयोग को समझाइए।

11) (i) Suppose that A and B are compatible observables and the eigenvalues of A are nondegenerate. Then show that the matrix elements $\langle a'' | B | a' \rangle$ are all diagonal.

(ii) The trace of an operator X is defined as the sum of diagonal elements. Then show that $\text{Trace } XY = \text{Trace } (YX)$

(i) यह मानिए कि A तथा B सक्षम प्रेक्षणीय हैं तथा A के आइगेन मान नॉन डीजेनेरेट हैं तब यह दर्शाओ कि मैट्रिक्स अवयव $\langle a'' | B | a' \rangle$ सभी विकर्णीय होंगे।

(ii) संकारक X का ट्रेस उसके विकर्णीय अवयवों का योग होता है तब यह दर्शाओ कि $\text{Trace } XY = \text{Trace } (YX)$

12) (i) Prove that, if the wave function in coordinate space is normalized, the momentum wave function is also normalized.

(ii) Evaluate $\langle 0 | x^4 | 0 \rangle$, where x is the position operator of simple harmonic oscillator, $|0\rangle$ state is the ground state of simple harmonic oscillator.

- (i) यह सिद्ध करो कि यदि निर्देशांक आकाश में तरंग फलन प्रसामान्यकृत है तो संवेग आकाश में भी तरंग फलन प्रसामान्यकृत होंगे।
- (ii) यदि x सरल आवृत्ति दोलित्र का स्थिति सदिश है, $|0\rangle$ अवस्था सरल आवृत्ति दोलित्र का मूल स्तर है तो $\langle 0|x^4|0\rangle$ ज्ञात करो।
- 13) Explain the stationary perturbation theory for non degenerate system. नॉन डीजेनेरेट निकाय के लिए स्थायी विक्षोभ सिद्धांत को समझाओ।
-