

MPH-02

June - Examination 2018

MSC (Previous) Physics Examination**Mathematical Physics and Numerical Analysis**

गणितीय भौतिकी एवं सांख्यिकी विश्लेषण

Paper - MPH-02**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write Answers as per the given instruction. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. You are allowed to use a non-programmable calculator, however sharing of calculators is not allowed.

निर्देश : यह प्रश्नपत्र तीन खण्डों 'अ', 'ब' और 'स' में विभाजित है। प्रत्येक खंड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न पत्र शुरू करने से पूर्व पेपर कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच लें। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है, परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

Section - A

 $8 \times 2 = 16$

(Very Short Answer Type Questions) (Compulsory)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1) (i) Find the Laplace transform of function $e^{kt} + e^{-kt}$
फलन $e^{kt} + e^{-kt}$ का लाप्लास रूपांतर ज्ञात करो।

(ii) Find the Fourier transform of $f(t)$

$$f(t) = \begin{cases} 4 & \text{if } 0 < t < b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

फलन $f(t)$ का फुरिए रूपांतर ज्ञात करें-

$$f(t) = \begin{cases} 4 & \text{if } 0 < t < b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

(iii) Plot function $f(x)$ versus x . here $f(x) = P_1(x) + 2$

Where is $P_1(x)$ Legendre Polynomial.

फलन $f(x)$ को x के साथ चित्रित करें। यहाँ $f(x) = P_1(x) + 2$ है जहाँ $P_1(x)$ लिजेंद्रे बहुपद है।

(iv) Find $\text{curl } \vec{F}$ where $\vec{F} = x \hat{i} - y \hat{j}$

$\text{curl } \vec{F}$ ज्ञात करे जहाँ $\vec{F} = x \hat{i} - y \hat{j}$

(v) Write $\vec{\nabla}r$ in spherical coordinates.

$\vec{\nabla}r$ को गोलिय निर्देशांक में लिखे।

(vi) If $\delta_q^p A_s^{qr} = A_s^{xr}$

What does letter x represents in terms of letters p,q,r,s?

यदि $\delta_q^p A_s^{qr} = A_s^{xr}$ है तो

अक्षर x, अक्षरों p,q,r,s के रूप में क्या व्यक्त करता है?

(vii) Write the complex number $(\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i)$ in polar form?

ध्रुवीय रूप में समिश्र संख्या $(\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i)$ को लिखो।

(viii) Evaluate the integral $\int_0^4 (e^x + 1) dx$ by Simpson's 1/3 rule

Here h = 1 and

x	0	1	2	3	4
$e^x + 1$	2	3.72	8.39	21.09	55.60

सिम्पसन के 1/3 के नियम से समाकल $\int_0^4 (e^x + 1) dx$ का मान ज्ञात करो यहाँ h = 1 व

x	0	1	2	3	4
$e^x + 1$	2	3.72	8.39	21.09	55.60

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

खण्ड - ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

- 2) Using Rodriguez's formula evaluate the value of the

$$\int_{-1}^1 [x^2 P_4(x) + 4] dx$$

रोड्रिगज (Rodriguez) सूत्र का उपयोग करते हुए $\int_{-1}^1 [x^2 P_4(x) + 4] dx$ का मान ज्ञात करो।

- 3) Evaluate $\int_C \frac{z+4}{z^2+2z+5} dz$ where C is the circle $|(z+1)|=1$

समाकल $\int_C \frac{z+4}{z^2+2z+5} dz$ को ज्ञात करो। जहाँ C वृत्त $|(z+1)|=1$ है।

- 4) If $f(t) = \begin{cases} 3 & ; 0 < t < 2 \\ -1 & ; 2 < t < 4 \\ 0 & ; t \geq 4 \end{cases}$

Find Laplace transform of f(t)

निम्न फलन f(t) का लाप्लास रूपांतर ज्ञात करो-

$$f(t) = \begin{cases} 3 & ; 0 < t < 2 \\ -1 & ; 2 < t < 4 \\ 0 & ; t \geq 4 \end{cases}$$

- 5) Find the Fourier coefficients corresponding to the function having period 10:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; -5 < x < 0 \\ 3 & ; 0 < x < 5 \end{cases}$$

Also write the corresponding Fourier series.

निम्न फलन जिसका आवृत्त 10 है- उसके संगत फुरिअर गुणांक ज्ञात करें तथा उसके संगत फुरिअर श्रेणी भी ज्ञात करें।

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; -5 < x < 0 \\ 3 & ; 0 < x < 5 \end{cases}$$

- 6) Find a real root of the equation $xe^x - 1 = 0$ using Newton-Raphson method. Here $e = 2.7182818$

समीकरण $xe^x - 1 = 0$ का वास्तविक मूल न्यूटन-रेफसन विधि द्वारा ज्ञात करो। जहाँ $e = 2.7182818$

7) Using $J_n(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2r}}{r! |n+r+1|}$

find $\frac{d}{dx} [x^{-n} J_n(x)]$

फलन $J_n(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2r}}{r! |n+r+1|}$ का उपयोग करते हुए $\frac{d}{dx} [x^{-n} J_n(x)]$ ज्ञात करो।

- 8) If \vec{r} is position vector of any point on the surface S and volume enclosed by this surface is V. Find $\iint_S \vec{r} \cdot d\vec{S}$

यदि सतह S पर किसी बिंदु का स्थिति निर्देशांक \vec{r} है तथा उस सतह द्वारा परिबद्ध आयतन V है तो $\iint_S \vec{r} \cdot d\vec{S}$ ज्ञात करो।

- 9) Prove the following identities

(i) $\delta_{ii} = 3$

(ii) $\delta_{ik} \varepsilon_{ikm} = 0$

निम्न सर्वसमिका को सिद्ध करो.

(i) $\delta_{ii} = 3$

(ii) $\delta_{ik} \varepsilon_{ikm} = 0$

Section - C

2 × 16 = 32

(Long Answer Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

खण्ड - स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) (i) Find the value of $\int_0^{\infty} \frac{x^8(1-x^6)}{(1+x)^{24}} dx$

(ii) Solve $z^2(p+q) = x^2 + y^2$

Here symbols have usual meaning in partial differential equation.

(i) $\int_0^{\infty} \frac{x^8(1-x^6)}{(1+x)^{24}} dx$ ज्ञात करें।

(ii) $z^2(p+q) = x^2 + y^2$ हल करें।

यहाँ आंशिक अवकल समीकरण में प्रतीको के सामान्य प्रचलित अर्थ है।

11) Find the eigen values and normalized eigen vectors of the following matrix.

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

निम्न मैट्रिक्स के आइगेन मान तथा प्रसामान्य आइगेन सदिश ज्ञात करें।

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

12) Expand $f(x) = \sin x$; $0 < x < \pi$ in a Fourier cosine series.

फलन $f(x) = \sin x$; $0 < x < \pi$ को फूरिअर कोज्या श्रेणी के रूप में ज्ञात करो।

13) Evaluate $\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{e^{zt}}{z^2(z^2 + 2z + 2)} dz$ where C is the circle $|z| = 3$ here t is constant.

$\frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{e^{zt}}{z^2(z^2 + 2z + 2)} dz$ को ज्ञात करे। जहाँ C एक $|z| = 3$ वृत्त है यहाँ t अचर है।
