

MT-02

June - Examination 2017

B.A./B.Sc. Pt. I Examination**Calculus and Differential Equations****Paper - MT-02****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 67**

Note: The question paper is divided into three sections. A, B and C. Write answer as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्नपत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section - A**7 × 1 = 7**

(Very Short Answer Type Questions)

Note: Section 'A' contain seven (07) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit may be thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघुउत्तरात्मक प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'अ' में सात (07) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न को 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

- 1) (i) Write logarithmic ratio test for convergence of a series.
किसी श्रेणी के अभिसरण के लिए लघुगणकीय अनुपात परीक्षण लिखिए।
- (ii) Write Taylor's theorem with Lagrange's form of remainder.
लाग्रांज रूप का शेष वाला टेलर प्रमेय लिखिए।
- (iii) Write polar formula of derivative of length of arc.
चाप की लंबाई के अवकलज का ध्रुवीय सूत्र लिखिए।
- (iv) Write radius of curvature in pedal equation.
पदिक समीकरण में वक्रता त्रिज्या के लिए सूत्र लिखिए।
- (v) Define node
नोड को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define envelope of family of curve.
वक्र कुल के लिए अन्वालोप को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Find the value of $\sqrt{-\frac{1}{2}}$.

$\sqrt{-\frac{1}{2}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Type Questions)

Note: Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

खण्ड - 'ब'

(लघुउत्तरात्मक प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ब' में आठ लघुउत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं

भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

- 2) Check the convergence of series $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{n+1}{n} \right)^{n+1} - \left(\frac{n+1}{n} \right) \right]^{-n}$

श्रेणी $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{n+1}{n} \right)^{n+1} - \left(\frac{n+1}{n} \right) \right]^{-n}$ के अभिसरण की जांच कीजिए।

- 3) Prove that term θ used in Lagrange's form of remainder after n terms in Taylor's series expansion of $f(x)$ in interval $[a, a+h]$ tends to $\frac{1}{n+1}$ as $h \rightarrow 0$, given $f^{n+1}(x)$ is continuous on 'a' and $f^{n+1}(a) \neq 0$.

सिद्ध कीजिए कि टेलर प्रमेय द्वारा फलन f को अंतराल $[a, a+h]$ में विस्तार करने पर n पदों के बाद लाग्रान्ज रूप के शेष पद में प्रयुक्त θ की सीमा $\frac{1}{n+1}$ को अग्रसर होती है जैसे-जैसे $h \rightarrow 0$, जबकि $f^{n+1}(x)$

a पर संतत है व $f^{n+1}(a) \neq 0$.

- 4) Prove that pedal equation of curve $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ is $r^2 = a^2 - 3p^2$.

सिद्ध कीजिए कि वक्र $x = a \cos^3 t, y = a \sin^3 t$ का पदिक समीकरण $r^2 = a^2 - 3p^2$ होगा।

- 5) Find radius of curvature and centre of curvature for the curve $y = x^3 + 2x^2 + x + 1$ at point $(0, 1)$.

वक्र $y = x^3 + 2x^2 + x + 1$ के बिन्दु $(0, 1)$ पर वक्रता त्रिज्या व वक्रता केन्द्र ज्ञात कीजिए।

6) Find Asymptotes to the curve

निम्न वक्र की अनंत स्पर्शियों को ज्ञात कीजिए-

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$$

7) Prove that envelope of family of curve touch each member of family of curve.

सिद्ध कीजिए कि अन्वालोप, वक्र कुल के प्रत्येक सदस्य को स्पर्श करता है।

8) Change the order of integration.

निम्न समाकलन में समाकलन का क्रम परिवर्तित कीजिए-

$$\int_0^{4a} \int_{x^2/4a}^{2\sqrt{ax}} f(x, y) dx dy$$

9) Solve - (हल कीजिए-) :

$$(x^2y - 2xy^2) dx - (x^3 - 3x^2y) dy = 0$$

Section - C

2 × 14 = 28

(Long Answer Type Questions)

Note: Section 'C' contain Four Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

खण्ड - 'स'

(लघुउत्तरात्मक प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'स' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को किन्ही भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का हैं। परिक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

- 10) (i) Prove that - (सिद्ध कीजिए)
 $\beta(m+1, n) + \beta(m, n+1) = \beta(m, n)$

- (ii) Verify Euler's theorem for

$$f(x, y) = \frac{x^{1/4} + y^{1/4}}{x^{1/5} + y^{1/5}}$$

फलन $f(x, y) = \frac{x^{1/4} + y^{1/4}}{x^{1/5} + y^{1/5}}$ के लिए आयरलर प्रमेय का सत्यापन कीजिए।

- 11) (i) Find a point within the triangle such that sum of square of its angular distance from all three vertices is minimum.

त्रिभुज के अंदर एक ऐसा बिन्दु ज्ञात कीजिए जिसकी तीनों शीर्षों से कोणीय दूरियों के वर्गों का योगफल न्यूनतम हों।

- (ii) Find the value of Integral $\iiint x^{l-1}y^{m-1}z^{n-1}dxdydz$ where

$$x, y, z \geq 0 \text{ and } \left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q + \left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1$$

समाकल $\iiint x^{l-1}y^{m-1}z^{n-1}dxdydz$ का मान ज्ञात कीजिए जबकि

$$x, y, z \geq 0 \text{ व } \left(\frac{x}{a}\right)^p + \left(\frac{y}{b}\right)^q + \left(\frac{z}{c}\right)^r \leq 1$$

- 12) (i) Trace the curve $x^3 + y^3 = 3axy$

वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ का अनुरेखन कीजिए।

- (ii) Find intrinsic equation of astroid $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ when s is measured from cusp on x -axis.

एस्ट्रायड $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का नैज समीकरण ज्ञात कीजिए जबकि s, x - अक्ष पर कस्प से नापा गया है।

- 13) (i) Find the volume of reel generated when cycloid $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ is revolving about tangent at vertex.

साइक्लॉइड $x = a(\theta + \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$ को शीर्ष पर स्पर्श रेखा के सापेक्ष घुमाने पर बनी रील का आयतन ज्ञात कीजिए।

- (ii) Find area of one loop of curve $a^2 x^2 = 4y^2(a^2 - y^2)$

वक्र $a^2 x^2 = 4y^2(a^2 - y^2)$ के एक लूप का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

—————