

MSCPH-02

June - Examination 2017

MSc (Previous) Physics Examination**Statistical Mechanics and Quantum Mechanics**

सांख्यिकी यांत्रिकी तथा क्वांटम यांत्रिकी

Paper - MSCPH-02**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections. A, B and C. Write answer as per the given instructions. Check your paper code and paper title before starting the paper. In case of any discrepancy English version will be final.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों का उत्तर दीजिए। प्रश्नपत्र शुरू करने से पूर्व प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच लें। किसी भी विसंगता की स्थिति में अंग्रेजी रूप अन्तिम होगा।

Section - A**8 × 2 = 16**

(Very Short Answer Type Questions) (Compulsory)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum upto 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

- 1) (i) If C and D are two hermitian operators then the combination $i(CD-DC)$ is
 (a) hermitian (b) anti hermitian (c) unitary (d) purely imaginary
 यदि C तथा D दो हर्मिशियन संकारक हैं तो $i(CD-DC)$ होगा
 (a) हर्मिशियन (b) ऐंटी हर्मिशियन (c) यूनिटरी (d) काल्पनिक
- (ii) The value of the commutator $[L_x, p_y]$ is
 (a) 0 (b) $2i\hbar p_x$ (c) $i\hbar p_z$ (d) $-i\hbar p_y$
 क्रम-विनिमयक $[L_x, p_y]$ का मान है;
 (a) 0 (b) $2i\hbar p_x$ (c) $i\hbar p_z$ (d) $-i\hbar p_y$
- (iii) What are the eigenvalues of the projection operator $|A\rangle\langle A|$?
 प्रोजेक्शन संकारक $|A\rangle\langle A|$ के आइगनमान क्या है?
- (iv) What is the eigenvalue of the ground-state of harmonic oscillator?
 सरल आवर्त दोलित्र के मूल अवस्था का आइगनमान क्या है?
- (v) A particle with spin $\frac{1}{2}$ is in a state with a definite value $s_z = \frac{1}{2}$. Determine the probabilities of the possible values of the component of the spin along an axis z' at an angle θ to the z -axis.
 (a) 1, 0 (b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ (c) $\cos^2 \frac{1}{2}\theta, \sin^2 \frac{1}{2}\theta$ (d) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$

एक स्पिन $\frac{1}{2}$ कण निश्चित रूप से $s_z = \frac{1}{2}$ अवस्था में है। इस कण की z' दिशा में s_z' घटकों की प्रायिकता क्या होगी यदि z' तथा z दिशा के मध्य का कोण θ है;

(a) 1, 0 (b) $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ (c) $\cos^2 \frac{1}{2}\theta, \sin^2 \frac{1}{2}\theta$ (d) $\frac{1}{4}, \frac{3}{4}$

(vi) Define entropy.

एंट्रॉपी को परिभाषित कीजिए।

(vii) Define partition function.

संवितरण (पार्टीशन) फंक्शन को परिभाषित करें।

(viii) Write the Maxwell formula for the number of molecules having their speed lying between c and $c + dc$

मेक्सवेल के सूत्र को लिखें जो कि उन कणों की संख्या बताता है जिनकी चाल c तथा $c + dc$ के बीच में है।

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Type Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 08 marks.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : किन्ही चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है।

2) Derive the formula for the distribution function for an ideal gas obeying Fermi statistics. Find the distribution for the absolute magnitude of the momentum.

एक आदर्श फर्मी गैस के लिए वितरण फलन के सूत्र की व्युत्पत्ति दें। उन कणों के लिए वितरण सूत्र भी पाएँ जिनका संवेग का परिमाण दिया हुआ है।

- 3) Using the Maxwellian velocity distribution find the mean energy, the mean square energy, and the mean square fluctuation of the kinetic energy of an atom.

मेक्सवेल के वेग वितरण नियम की सहायता से गैस के अणुओं की माध्य ऊर्जा, माध्य वर्ग ऊर्जा, अणु की गतिज ऊर्जा का माध्य वर्ग फलक्चुएशन की गणना करें।

- 4) Suppose $|i\rangle$ and $|j\rangle$ are eigenkets of some Hermitian operator A . Under what conditions can we conclude that $|i\rangle + |j\rangle$ is also an eigenket of A ? Justify your answer.

यदि $|i\rangle$ तथा $|j\rangle$ किसी संकारक A की आइगन कैट है। संकारक A हर्मिशियन है। उन आवश्यक शर्तों को बताएँ जिनके संतुष्ट होने पर $|i\rangle + |j\rangle$ भी A की आइगन कैट होगी।

- 5) Prove the minimum uncertainly principal satisfying the inequality;

$$\delta x \delta p_x \geq \frac{1}{2} \hbar.$$

अनिश्चितता सिद्धांत के आधार पर निम्न इनइक्विलिटी $\delta x \delta p_x \geq \frac{1}{2} \hbar$ सिद्ध करो।

- 6) Determine the energy levels and the normalized wave functions of the stationary states of a particle in an infinitely deep one dimensional potential well.

एक विभीय अनंत गहराई के विभव कूप में निहित कण की ऊर्जा आइगनमान एवम् प्रसामान्यकृत तरंग फलन ज्ञात करें।

- 7) Using operator method determine the eigenvalues of the z -component of the orbital angular momentum L_z and its magnitude L^2 .

संकारक विधि के द्वारा कक्षीय कोणीय संवेग के परिमाण L^2 तथा L_z के z -घटक के आइगनमान प्राप्त करें।

- 8) (i) Define C.G. coefficients. Find C.G. coefficients in the addition of two angular momenta $j_1 = \frac{1}{2}$ and $j_2 = \frac{1}{2}$.
- (ii) If $\sigma_x, \sigma_y,$ and σ_z are the Pauli matrices, then prove the identity $\sigma_x \sigma_y \sigma_z = i$.
- (i) C.G. गुणकों को परिभाषित कीजिए। दो कोणीय संवेग $j_1 = \frac{1}{2}, j_2 = \frac{1}{2}$ के योग में प्राप्त C.G. गुणकों के मान प्राप्त करें।
- (ii) यदि $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ पॉली मैट्रिक्स हैं तो सिद्ध करें कि $\sigma_x \sigma_y \sigma_z = i$.
- 9) Explain Dirac "hole theory" to resolve the problem of negative energy solutions.
- ‘डिराक’ की ‘‘होल थ्योरी’’ के आधार पर ऊर्जा से संबंधित हलों की व्याख्या करें।

Section - C

2 × 16 = 32

(Long Answer Type Questions)

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

- 10) Obtain the K.G. equation for a free particle. Construct the four current j_μ and show that it satisfies the equation of continuity. What difficulty one encounters in interpreting the probability density.
- एक मुक्त कण के लिये क्लीन-गार्डन समीकरण प्राप्त करें। चतुर्धारा j_μ प्राप्त करें तथा यह भी स्थापित करें कि K.G. समीकरण सततता का समीकरण संतुष्ट करता है। प्रायिकता घनत्व की व्याख्या में इस समीकरण से प्राप्त बाधाओं का उल्लेख करें।

- 11) Derive Dirac wave equation for a spin $\frac{1}{2}$ particle in the presence of electromagnetic field in covariant form. Reduce it obtain Pauli equation. Give an interpretation of the Pauli equation.

स्पिन $\frac{1}{2}$ कण के लिये विद्युत चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति में (डिराक) समीकरण को वेरिफैंट रूप में प्राप्त करें। इस समीकरण को पॉली समीकरण में परिवर्तित करें। पॉली समीकरण की व्याख्या करें।

- 12) Deduce the Fermi distribution function of a completely degenerate electron gas. Show that the pressure of a Fermi gas at absolute zero is proportional to the $\frac{5}{3}$ power of its density.

पूर्ण अपभृष्ट इलेक्ट्रॉन गैस के लिए फर्मी वितरण फलन प्राप्त करें। सिद्ध करें कि फर्मी गैस का दाब परमशून्य पर गैस के घनत्व के $\frac{5}{3}$ घातांक के समानुपाती होता है।

- 13) Describe the variation method to determine the ground state energy and wave function of an atom. Use the variation method to determine ground state energy of helium atom.

वेरिफेशन विधि द्वारा किसी परमाणु की मूल (ग्राउंड) अवस्था की ऊर्जा तथा तरंगफलन किस प्रकार ज्ञात किया जा सकता है? हीलियम परमाणु की मूल अवस्था की ऊर्जा का मान वेरिफेशन विधि द्वारा प्राप्त करें।

—————