

**MPH-02**

June - Examination 2017

**MSC (Previous) Physics Examination****Mathematical Physics and Numerical Analysis**

गणितीय भौतिकी एवं सांख्यिकी विश्लेषण

**Paper - MPH-02****Time : 3 Hours ]****[ Max. Marks :- 80**

**Note:** The question paper is divided into three sections. A, B and C. Write answer as per the given instructions. Check your paper code and paper title before starting the paper. In case of any discrepancy English version will be final for all purposes. You are allowed to use a non-programmable calculator, however, sharing of calculator is not allowed.

**निर्देश :** यह प्रश्न पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्नपत्र शुरू करने से पूर्व प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच ले। किसी भी विसंगतता की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटरके उपयोग की अनुमति है परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

**Section - A****8 × 2 = 16**

(Very Short Answer Type Questions) (Compulsory)

**Note:** Answer all questions. As per the nature of the question you delimit your answer in word, one sentence or maximum upto 30 words. Each question carries 2 marks.

## खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

- 1) (i) Plot the following function  $f(x)$  versus  $x$ .

Here  $f(x) = \frac{H_3(x)}{x} + 4$  and  $H_3(x)$  is Hermite polynomial

फलन  $f(x)$  को  $x$  के साथ बनाओ। यहाँ  $f(x) = \frac{H_3(x)}{x} + 4$

तथा  $H_3(x)$  हरमाइट बहुपद है।

- (ii) Find the Laplace transform of  $f(t) = 5 + e^{-1}$

$f(t) = 5 + e^{-1}$  का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करो।

- (iii) Evaluate the integral  $\int_0^4 e^x dx$  by Simpson's 1/3 rule

Here  $h=1$  and

$x$	0	1	2	3	4
$e^x$	1	2.72	7.39	20.09	54.60

सिम्पसन के 1/3 के नियम से समाकाल  $\int_0^4 e^x dx$  का मान ज्ञात करो यहाँ  $h=1$  व

$x$	0	1	2	3	4
$e^x$	1	2.72	7.39	20.09	54.60

(iv) Continuity equation is given as  $\vec{V} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$

where  $\vec{J} = \frac{(2x^2yz\hat{i} + 3xy^2z\hat{j})}{xyz}$  Writing all main steps find the  $\rho$

सान्तत्य समीकरण  $\vec{V} \cdot \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$  जहा  $\vec{J} = \frac{(2x^2yz\hat{i} + 3xy^2z\hat{j})}{xyz}$

सभी मुख्य पदों को लिखते हुए  $\rho$  ज्ञात करो।

(v) If  $z_1 = 2 + i, z_2 = 3 - 2i$  then evaluate  $|3z_1 - 4z_2|$

यदि  $z_1 = 2 + i, z_2 = 3 - 2i$  तो  $|3z_1 - 4z_2|$  ज्ञात करो।

(vi) Write the Laplace transform of  $(e^{5t}t^3)$

फलन  $(e^{5t}t^3)$  का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करो।

(vii) Write the Laplace equation for scalar function V

अदिश फलन V के लिए लाप्लास समीकरण ज्ञात करो।

(viii) Write the value of the following integral  $\int_0^{\infty} x^7 e^{-x} dx$

निम्न समाकल  $\int_0^{\infty} x^7 e^{-x} dx$  का नाम लिखो।

### Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Type Questions)

**Note:** Answer any four questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 08 marks.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है।

- 2) Using Rodriguez's formula for Legendre polynomial evaluate the value of the  $\int_{-1}^1 [x^2 P_4(x) + 1] dx$ .

लिजेंड्र बहुपद के लिए रोद्रिगुज (Rodriguez) सूत्र का उपयोग करते हुए  $\int_{-1}^1 [x^2 P_4(x) + 1] dx$  का मान ज्ञात करो।

- 3) Find a real root of the equation  $xe^x - 1 = 0$  using Newton-Raphson method. Here  $e = 2.7182818$

समीकरण  $xe^x - 1 = 0$  का वास्तविक मूल न्यूटन-रेफ्सन विधि द्वारा ज्ञात करो। जहाँ  $e = 2.7182818$

- 4) Divide the range [1, 1.3] into six parts and use Simpson's  $\frac{1}{3}$  rule to

evaluate  $\int_1^{1.3} y dx$  from values of  $x$  and  $y$  tabulated as

$x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30
$y$	1.00000	1.02470	1.04881	1.07338	1.09544	1.11803	1.14017

परास [1, 1.3] को 6 भागों में विभक्त कर सिम्पसन के  $\frac{1}{3}$  नियम से

$\int_1^{1.3} y dx$  ज्ञात करो जहा  $x$  तथा  $y$  निम्न प्रकार से सारणित किए हुए हैं

$x$	1.00	1.05	1.10	1.15	1.20	1.25	1.30
$y$	1.00000	1.02470	1.04881	1.07338	1.09544	1.11803	1.14017

5) Find the Laplace transform of the following function

(i)  $f(t) = \sin at \cosh bt$

You can use property  $L\{e^{at} \sin \beta t\} = \frac{\beta}{(s-a)^2 + \beta^2}$

(ii)  $f(t) = e^{-2t} \cos^2 t$

You can use property  $L\{e^{at} \cos \beta t\} = \frac{s-a}{(s-a)^2 + \beta^2}$

निम्न के लिए लाप्लास रूपांतर ज्ञात करो -

(i) फलन  $f(t) = \sin at \cosh bt$

आप  $L\{e^{at} \sin \beta t\} = \frac{\beta}{(s-a)^2 + \beta^2}$  का उपयोग कर सकते हैं।

(ii) फलन  $f(t) = e^{-2t} \cos^2 t$

आप  $L\{e^{at} \cos \beta t\} = \frac{s-a}{(s-a)^2 + \beta^2}$  का उपयोग कर सकते हैं।

6) If  $\vec{A} = x^2 y \hat{i} - 2xz \hat{j} + 2yz \hat{k}$ . Find  $\text{curl curl } \vec{A}$

यदि  $\vec{A} = x^2 y \hat{i} - 2xz \hat{j} + 2yz \hat{k}$ . ज्ञात करो  $\text{curl curl } \vec{A}$

7) Find the residues of function

$$f(z) = \frac{z^2 - 2z}{(z+1)^2(z^2+4)}$$

फलन का रेजिडुए ज्ञात करो

$$f(z) = \frac{z^2 - 2z}{(z+1)^2(z^2+4)}$$

8) Develop  $f(x)$  in fourier series in the interval  $(-2, 2)$  if  $f(x)=0$  for  $-2 < x < 0$  and  $f(x)=1$  for  $0 < x < 2$ .

$(-2, 2)$  अंतराल में  $f(x)$  फुरिअर श्रेणी ज्ञात करो यदि  $-2 < x < 0$  के लिए  $f(x)=0$  तथा  $0 < x < 2$  के लिए  $f(x)=1$  है

9) Is this matrix  $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{2} \\ \frac{-i}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$  Unitary? Writing all steps check that

whether this matrix is unitary or not?

क्या मैट्रिक्स  $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{i}{2} \\ \frac{-i}{\sqrt{2}} & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$  यूनिटरी है सभी मुख्य पदों को लिखते हुए यह

जांच करो कि मैट्रिक्स यूनिटरी है अथवा नहीं?

### Section - C

2 × 16 = 32

(Long Answer Type Questions)

**Note:** Answer any two questions. You have to delimit your each answer maximum 500 words. Each question carries 16 marks.

### (खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :** किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) (i) Evaluate  $\oint_C \frac{e^z}{(z^2 + \pi^2)^2} dz$  where C is the circle  $|z| = 4$

(ii) Evaluate  $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$  where  $\vec{F} = 4xz\hat{i} - y^2\hat{j} + yz\hat{k}$  and S is the

surface of the cube bounded by

$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$

(i) समाकल  $\oint_C \frac{e^z}{(z^2 + \pi^2)^2} dz$  ज्ञात करो यहाँ C एक वृत्त  $|z| = 4$  है।

- (ii)  $\iint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$  ज्ञात करो जहाँ है  $\vec{F} = 4xz\hat{i} - y^2\hat{j} + yz\hat{k}$  तथा S घन की वह परिबद्ध सतह है जो  $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 0, z = 1$  द्वारा बनी है।

- 11) (i) Solve the following partial differential equation where symbol have usual meanings  $(p + q)(px + qy) = 1$
- (ii) Working entirely in only cylindrical coordinates, find the values of  $\vec{\nabla} \times \vec{r}$  and  $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$
- (i) निम्न आंशिक अवकल समीकरण को हल करो यहाँ प्रतीकों के सामान्य प्रचलित अर्थ हैं  $(p + q)(px + qy) = 1$
- (ii) पूरी तरह से केवल बेलनाकार निर्देशांकों का उपयोग करते हुए  $\vec{\nabla} \times \vec{r}$  एवं  $\vec{\nabla} \cdot \vec{r}$  को ज्ञात करो.

- 12) (i) Find the eigen values of following matrix

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- (ii) Find the Fourier cosine transform of a  $f(x)$  which is unity for  $0 < x < a$  and zero for  $x \geq a$ .
- (i) निम्न मेट्रिक्स के आईगैन् मान ज्ञात करो

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(ii) फलन  $f(x)$  का फुरिअर कोज्या रूपांतर ज्ञात को यहाँ फलन  $0 < x < a$  के लिए इकाई है तथा  $x \geq a$  भाग के लिए शून्य है।

13) (i) Using Rodrigue's formula for Hermite function, show that

$$H_5(x) = -H_5(-x)$$

(ii) Find the Fourier transform for Gaussian function  $f(t) = ae^{-bt^2}$  where  $a$  and  $b$  are constant.

(i) हर्माईट फलन के लिए रोड्रिग्युज सूत्र का उपयोग करते हुए यह सिद्ध करो कि  $H_5(x) = -H_5(-x)$

(ii) गोसियन फलन  $f(t) = ae^{-bt^2}$  का फोरिअर रूपान्तर ज्ञात करो जहाँ  $a$  तथा  $b$  अचर है।

\_\_\_\_\_