

BMT
 June - Examination 2017
BSCP Examination
Mathematics
 गणित
Paper - BMT

Time : 3 Hours]

[Max. Marks :- 80

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answer as per the given instructions.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ' 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section - A

8 × 2 = 16

(Very Short Answer Questions)

Note: Section 'A' contain 08 Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 02 marks and maximum word limit is thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ए' में 08 अति लघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 02 अंक हैं और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द है।

- 1) (i) If $z = (-3, 0)$ then find the value of \bar{z} .
यदि $z = (-3, 0)$ तो \bar{z} का मान ज्ञात कीजिए।
- (ii) Find the value of $\frac{d}{dx} (\cos^{-1} x)$.
 $\frac{d}{dx} (\cos^{-1} x)$ का मान ज्ञात कीजिए।
- (iii) Write the definition of Identity function.
तत्समक फलन की परिभाषा लिखिए।
- (iv) If $y = x^3 \log x$ then find the value of $\frac{dy}{dx}$.
यदि $y = x^3 \log x$ हो तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।
- (v) Find the value of $\int \frac{\cos(\log x)}{x} dx$
 $\int \frac{\cos(\log x)}{x} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।
- (vi) Find the value of Integration $\int_2^5 \frac{1}{x} \cdot dx$.
समाकलन $\int_2^5 \frac{1}{x} \cdot dx$ का मान ज्ञात कीजिए।
- (vii) Write the equation of tangent of parabola $y^2 = 4ax$ at the point (x_1, y_1) .
परवलय $y^2 = 4ax$ के बिन्दु (x_1, y_1) पर स्पर्श रेखा का समीकरण लिखिए।
- (viii) Write the definition of parabola.
परवलय की परिभाषा लिखिए।

Section - B**4 × 8 = 32**

(Short Answer Questions)

Note: Section 'B' contain 08 Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

खण्ड - ब

(लघूत्तरात्मक प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को कीन्हीं भी चार (04) सवालों के जवाब देना है। प्रत्येक प्रश्न 08 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

2) Prove that: $(1 + i)^n + (1 - i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos \frac{n\pi}{4}$.

सिद्ध कीजिए: $(1 + i)^n + (1 - i)^n = 2^{\frac{n}{2}+1} \cos \frac{n\pi}{4}$.

3) If $f : R \rightarrow R$ and $g : R \rightarrow R$ are defined on the set of real numbers R , where $f(x) = x^2 - 2x \forall x \in R$ and $g(x) = 2x - 5, \forall x \in R$ then find $(g \circ f)(x)$ and $(f \circ g)(x)$.

यदि $f : R \rightarrow R$ तथा $g : R \rightarrow R$ वास्तविक संख्याओं के समुच्चय R पर परिभाषित फलन हैं। जहाँ: $f(x) = x^2 - 2x \forall x \in R$ तथा $g(x) = 2x - 5, \forall x \in R$ तब $(g \circ f)(x)$ एवं $(f \circ g)(x)$ ज्ञात कीजिए।

- 4) Examine the continuity of the function:

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \text{ at } x = 0$$

सातत्यता की जाँच कीजिए।

$$f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases} \text{ at } x = 0$$

- 5) If $\sin y = x \sin (a + y)$ then prove that $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a + y)}{\sin a}$.

यदि $\sin y = x \sin (a + y)$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{dy}{dx} = \frac{\sin^2(a + y)}{\sin a}$

- 6) Find the value of $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{cosec} x)^{\frac{1}{\log_e x}}$

$\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{cosec} x)^{\frac{1}{\log_e x}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- 7) Find the value of $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$

$\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{a^2 \cos^2 x + b^2 \sin^2 x}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- 8) Find the equation of the hyperbola whose co-ordinates of the foci are $(6, 4)$, $(-4, 4)$ and eccentricity is 2.

उस अतिपरवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि $(6, 4)$, तथा $(-4, 4)$ है तथा उत्केन्द्रता 2 है।

- 9) Find the angle between the plane $3x - 2y + z + 17 = 0$ and $4x + 3y - 6z - 25 = 0$.

समतल $3x - 2y + z + 17 = 0$ एवं $4x + 3y - 6z - 25 = 0$ के मध्य कोण ज्ञात कीजिए।

Section - C

2 × 16 = 32

(Long Answer Questions)

Note: Section 'C' contain 04 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 16 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

खण्ड - स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को कीन्हीं भी दो (02) सवालों के जवाब देने हैं। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने हैं।

- 10) (i) If $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ and $\vec{a} + 2\vec{b}$ are the position vector's of points A, B and C in parallelogram, then find the position vector of D.

समान्तर चतुर्भुज ABCD में बिन्दुओं A, B, C के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ एवं $\vec{a} + 2\vec{b}$ हैं। बिन्दु D का स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए।

- (ii) If $y = a \cos(\log_e x) + b \sin(\log_e x)$ then prove that

$$x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0.$$

यदि $y = a \cos(\log_e x) + b \sin(\log_e x)$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $x^2 y_{n+2} + (2n+1) x y_{n+1} + (n^2+1) y_n = 0.$

- 11) (i) Prove that $(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2 b^2 - (a \cdot b)^2.$

सिद्ध कीजिए कि $(\vec{a} \times \vec{b})^2 = a^2 b^2 - (a \cdot b)^2.$

- (ii) If a moving particle in a straight line at the distance x having v from the origin is proportional to $\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2}$, then find the acceleration law.

यदि सरल रेखा में गतिमान कण की मूल बिन्दु से दूरी x पर वेग $\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x^2}$, के समानुपाती है तो त्वरण का नियम ज्ञात कीजिए।

- 12) (i) A particle is thrown vertically from the ground with the rate of 100 m/sec. Find the distance attained by the particle in 10 second.

एक कण को 100 मीटर प्रति सेकण्ड की दर से धरातल से ऊर्ध्वाधर ऊपर फेंका जाता है। 10 सेकण्ड में कण द्वारा तय की गई दूरी क्या होगी?

- (ii) If z is a complex number then prove that:

$$\cos 3z = 4 \cos^3 z - 3 \cos z.$$

यदि z एक सममिश्र राशि है, तब सिद्ध कीजिए:

$$\cos 3z = 4 \cos^3 z - 3 \cos z.$$

- 13) (i) Find the value of

मान ज्ञात कीजिए:

$$\int_0^a x \sqrt{\frac{a^2 - x^2}{a^2 + x^2}} \cdot dx$$

- (ii) Find the value of:

मान ज्ञात कीजिए:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \left(1 + \frac{2^2}{n^2}\right) \left(1 + \frac{3^2}{n^2}\right) \dots \dots \left(1 + \frac{n^2}{n^2}\right) \right]^{1/n}$$