

MT-03

June - Examination 2016

B.A. / B.Sc. Pt. I Examination**Co-ordinate Geometry and
Mathematical Programming****Paper - MT-03****Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 66**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answer as per the given instructions.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ' 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section - A**6 × 1 = 6**

(Very Short Answer Questions)

Note: Section 'A' contain six (06) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit may be thirty words.

खण्ड - 'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'ए' में छः 06 अति लघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

- 1) (i) Write the condition that conic section $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ represent a parabola.
शांकव परिच्छेद $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ के द्वारा परवलय प्रदर्शित करने की शर्त लिखिए।
- (ii) Write centre and radius of sphere $6x^2 + 6y^2 + 6z^2 - 4x + 2z = 0$.
गोले $6x^2 + 6y^2 + 6z^2 - 4x + 2z = 0$ का केन्द्र व त्रिज्या लिखिए।
- (iii) Write the definition of cone.
शंकु की परिभाषा लिखिए।
- (iv) Define enveloping cylinder.
अन्वालोपी बेलन को परिभाषित कीजिए।
- (v) In which condition equation $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ represent a hyperboid of one sheet.
समीकरण $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ किस स्थिति में एक पृष्ठी अतिपरवलयज को प्रदर्शित करेगा।
- (vi) Define Basic Set.
आधार समुच्चय को परिभाषित कीजिए।

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Questions)

Note: Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

(खण्ड - ब)

(लघुत्तरात्मक प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'बी' में 08 लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को कीन्हीं भी चार 04 सवालॉ के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

- 2) Find the Locus of centre of a variable sphere which passes through origin and cut co-ordinate axis at A, B and C such that volume of tetrahedron remains constant.

एक चर गोले के केन्द्र का बिन्दु पथ ज्ञात कीजिए जो मूल बिन्दु से होकर गुजरता है तथा निर्देशी अक्षो को A, B व C पर इस प्रकार मिलता है कि चतुष्फलक OABC का आयतन स्थिर रहता है।

- 3) Find the conditions that lines

$$\frac{x - \alpha}{l} = \frac{y - \beta}{m} = \frac{z - \gamma}{n} \text{ and } \frac{x - \alpha'}{l'} = \frac{y - \beta'}{m'} = \frac{z - \gamma'}{n'} \text{ are}$$

polar lines to sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$

वह प्रतिबंध ज्ञात कीजिए जिससे रेखाएँ

$$\frac{x - \alpha}{l} = \frac{y - \beta}{m} = \frac{z - \gamma}{n} \text{ व } \frac{x - \alpha'}{l'} = \frac{y - \beta'}{m'} = \frac{z - \gamma'}{n'}$$

गोले $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ के सापेक्ष ध्रुवीय रेखाएँ हो।

- 4) Find the equation of enveloping cone of sphere

$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 2$ having vertex (1, 1, 1).

गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y = 2$ के उस अन्वालोपी शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (1, 1, 1) है।

- 5) If sum of Inverse of intercepts of tangent planes of ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ is $1/k$ then find locus of perpendicular from origin to tangent planes.

मूल बिन्दु से दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ के स्पर्श समतलों जो इस प्रकार हैं कि इनके द्वारा अक्षों पर काटे गए अन्तः खण्डों के व्युत्क्रमों का योग $1/k$ है, पर डाले गए लम्ब का बिन्दुपथ ज्ञात कीजिए।

- 6) If 4 generators of hyperboloid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ form a skew quadrilateral whose vertices are θ_i and ϕ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) then prove that $\theta_1 + \theta_3 = \theta_2 + \theta_4$ and $\phi_1 + \phi_3 = \phi_2 + \phi_4$

यदि अतिपरवलयज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$ के चार जनक विषमतलीय चतुर्भुज बनाते हैं जिसके शीर्ष θ_i व ϕ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) हैं तो सिद्ध कीजिए $\theta_1 + \theta_3 = \theta_2 + \theta_4$ व $\phi_1 + \phi_3 = \phi_2 + \phi_4$

- 7) Use graphical method to prove that maximum and minimum value of objective function of following L.P.P. are same.

आलेखी विधि से सिद्ध कीजिए कि निम्न समस्या के उद्देश्य फलन का अधिकतम व निम्नतम मान समान है।

$$\begin{aligned} \text{Max (Min)} \quad z &= 5x + 3y \\ x + y &\leq 6 \\ x &\geq 3 \\ y &\geq 3 \\ 2x + 3y &\geq 3 \\ x &\geq 0, y \geq 0 \end{aligned}$$

- 8) Write the dual of
(निम्न समस्या की द्वैती समस्या लिखिए)

$$\text{Max } z = 2x_1 + 3x_2 - 5x_3$$

$$x_1 + x_2 - x_3 \geq 5$$

$$2x_1 + 5x_3 \leq 6$$

$$x_1, x_3 \geq 0 \text{ \& } x_2 \text{ is unrestricted.}$$

- 9) Solve the Assignment problem.
(नियतन समस्या को हल कीजिए)

	I	II	III	IV
A	8	26	17	11
B	13	28	4	26
C	38	19	18	15
D	19	26	24	10

Section - C

2 × 14 = 28

(Long Answer Questions)

Note: Section 'C' contain 4 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : खण्ड 'सी' में 04 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को कीन्ही भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंको का हैं, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है। इस प्रश्न पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति हैं।

10) Compare the optimal solution of primal and dual problem.

निम्न समस्या व द्वैती समस्या को हल करके इष्टतम हलों की तुलना कीजिए:

$$\text{Min } Z_p = 3x_1 + 2.5x_2$$

$$2x_1 + 4x_2 \geq 40$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 50$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

11) Prove that convex set of all feasible solutions of system

$AX = B$ is a basic feasible solution and it's converse is also true.

सिद्ध कीजिए कि निकाय $AX = B$ के सभी सुसंगत हलो के अवमुख समुच्चय का प्रत्येक सीमांत बिन्दु एक आधारी सुसंगत हल होता है तथा इसका विलोम भी सत्य है।

12) Transform equation

$2x^2 + 2y^2 + z^2 + 2yz - 2xz - 4xy + x + y = 0$ in standard form and prove that it represent an ellipsoidal paraboloid. Find its vertex and equation of axis.

समीकरण $2x^2 + 2y^2 + z^2 + 2yz - 2xz - 4xy + x + y = 0$ का मानक रूप में समानयन करते हुए सिद्ध कीजिए कि यह एक दीर्घवृत्तीय परवलपज को प्रदर्शित करता है। इसके शीर्ष के निर्देशांक व अक्ष की समीकरण भी ज्ञात कीजिए।

13) (i) Find the equation of sphere which passes through $(1, -1, 0)$ and touches sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$ at point $(1, 2, -2)$.

बिन्दु $(1, -1, 0)$ से गुजरनेवाले उस गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0$ को बिन्दु $(1, 2, -2)$ पर स्पर्श करता है।

(ii) Find the locus of poles of tangent plane of

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1 \text{ in compare to } Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1.$$

शाकंज $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ के सापेक्ष, $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ के स्पर्श तलों के ध्रुवों का बिन्दु पथ ज्ञात कीजिए।