

MSCPH-02

June - Examination 2016

MSc (Previous) Physics Examination**Statistical Mechanics and Quantum Mechanics**

सांख्यिकी यांत्रिकी तथा क्वांटम यांत्रिकी

Paper - MSCPH-02**Time : 3 Hours]****[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Check your paper code and paper title before starting the paper.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ' 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रश्नपत्र शुरू करने से पूर्व अपना प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँचलें।

Section - A**8 × 2 = 16**

Very Short Answer Questions (Compulsory)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question, you delimit your answer in one word, one sentence, or maximum upto 30 words. Each question carries 02 marks.

खण्ड - 'अ'

अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (अनिवार्य)

निर्देश : सभी दस प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 02 अंकों का है।

- 1) (i) In Maxwell-Boltzmann system with two states of energy ε and 2ε respectively and degeneracy of 2 for each. Write the partition function.

मैक्सवेल बोल्टजमान निकाय जिसमें दो ऊर्जा अवस्थाएँ क्रमशः ε तथा 2ε हैं तथा प्रत्येक की अपमृष्टता 2 है, तो संवितरण फलन ज्ञात कीजिए।

- (ii) How are entropy S and probability P of a thermodynamic state related?

किसी ऊष्मगतिक निकाय की एंट्रॉपी S तथा प्रायिकता P किस प्रकार से संबंधित है?

- (iii) Find the work done on an ideal gas in an isothermal change of volume from V_1 and V_2 .

एक आदर्श गैस के ऊपर समतापीय प्रक्रम में आयतन V_1 से V_2 परिवर्तन में किये गये कार्य की गणना कीजिए।

- (iv) An eigen function of the operator $\frac{d^2}{dx^2}$ is $\psi = e^{2x}$, then find the corresponding eigen value.

संकारक $\frac{d^2}{dx^2}$ का आइगें फलन $\psi = e^{2x}$ है तो संबंधित आइगें मान ज्ञात कीजिए।

(v) For Pauli matrices $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ what is the value of $\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x$

पाउली मैट्रिक्स $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ के लिये $\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_x$ का मान क्या होगा?

(vi) Write the angular momentum operator L_z in spherical polar coordinates?

कोणीय संवेग संकारक L_z को गोलीय ध्रुवीय निर्देशांकों में लिखिए।

(vii) Find the value of the commutator $[x^2, P_x]$

क्रम विनिमयक (कम्यूटेटर) $[x^2, P_x]$ का मान ज्ञात करो।

(viii) Find the value of the commutator $[L_x, P_y]$

कम्यूटेटर $[L_x, P_y]$ का मान ज्ञात करो।

Section - B

4 × 8 = 32

(Short Answer Questions)

Note: Answer **any four** questions. Each answer should be given in 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड - ब)

(लघु उत्तर वाले प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक प्रश्न का उत्तर 200 शब्दों में दीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) Give a comparison of Maxwell-Boltzmann, Bose-Einstein, and Fermi-Dirac statistics.

मैक्सवेल-बोल्ट्जमान, बोस-आइन्सटीन, फर्मी-डिराक सांख्यिकी की तुलनात्मक विवेचना करें।

- 3) What is canonical distribution? Derive a formula for canonical distribution for finding a subsystem in the energy state E_n at temperature T .

केनोनीकल वितरण क्या है? एक निकाय के उपखण्ड को ऊर्जा स्तर E_n में होने का T ताप पर वितरण नियम की व्युत्पत्ति दीजिए।

- 4) Determine the energy eigen values and eigen function of a particle in an infinite deep well:

$$U(x) = \alpha \text{ for } x < 0 \text{ and } x > a$$

$$U(x) = 0 \text{ in the region } 0 < x < a$$

एक कण के ऊर्जा आइगन मान तथा आइगन फलन की गणना करो, यदि कण एक अनन्त गहराई के विभव कूप में स्थित है;

$$U(x) = \alpha \text{ for } x < 0 \text{ and } x > a$$

$$U(x) = 0 \text{ in the region } 0 < x < a$$

- 5) If $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ represent Pauli spin matrices then prove that

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z = iI$$

यदि $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ पाउली स्पिन मैट्रिक्स प्रदर्शित करते हों तो सिद्ध करो कि

$$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z = iI$$

- 6) Prove Ehrenfest theorem

$$\hat{v} = \frac{\hat{p}}{m}$$

एहरेनफेस्ट प्रमेय को सिद्ध कीजिए।

$$\hat{v} = \frac{\hat{p}}{m}$$

- 7) Find the energy eigen values of a rigid rotator consisting of two masses m_1 and m_2 separated by a fixed distance r .

एक दृढ़ घूर्णक के ऊर्जा आइगेन मान की गणना करो। घूर्णक दो कणों से मिलकर बना है, कणों की संहति m_1 तथा m_2 है, दोनों के बीच की दूरी r है।

- 8) A time - independent perturbation \hat{V} is applied to the unperturbed operator \hat{H}_0 . Regard \hat{V} as small compared with the operator . Show that the first order correction to the n^{th} eigen value is

$$E_n^{(1)} = V_{nn} = \int \psi_n^{(0)*} \hat{V} \psi_n^{(0)} dq,$$

विक्षोभ \hat{V} जो कि समय पर निर्भर नहीं करता, निकाय के अविक्षोपित हेमिल्टोनिअन \hat{H}_0 पर आरोपित है। \hat{V} का मान \hat{H}_0 के सापेक्ष बहुत कम है। सिद्ध करो कि निकाय की n^{th} आइगेन मान में प्रथम कोटि का संशोधन निम्न है:

$$E_n^{(1)} = V_{nn} = \int \psi_n^{(0)*} \hat{V} \psi_n^{(0)} dq,$$

- 9) Define free energy of a body. Show that

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V, \quad P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T$$

किसी वस्तु की 'फ्री' मुक्त ऊर्जा को परिभाषित कीजिए।

निम्न सूत्र स्थापित कीजिए।

$$S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V, \quad P = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_T$$

Section - C

2 × 16 = 32

(Long Answer Questions)

Note: Answer **any two** questions. Each answer should not exceed in 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड - स)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश : किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिये। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

- 10) Obtain Klein-Gordon equation. Show that it satisfies equation of continuity why was K.G. equation disregarded?
क्लीन-गोर्डन समीकरण प्राप्त करें। सिद्ध करें कि यह निरन्तरता (सातत्य) का समीकरण को संतुष्ट करता है। K.G. समीकरण को अमान्य करने के कारण की व्याख्या करें।
- 11) State and prove Liouville's theorem. Draw phase trajectory of one - dimensional simple harmonic oscillator on $x - p_x$ graph.
लिओविले प्रमेय को परिभाषित करो तथा इसे सिद्ध करो। एक विभीय सरल आवर्त दोलित्र का कला-पथ $x - p_x$ ग्राफ पर प्रदर्शित कीजिए।
- 12) Write Dirac equation of a free particle. Deduce equation of continuity and show that it leads to positive definite probability density.
एक मुक्त कण के लिए डिराक समीकरण लिखें। इसकी सहायता से निरंतरता (सातत्य) का समीकरण स्थापित करें। यह भी सिद्ध करें कि डिराक समीकरण से व्युत्पन्न प्रायिकता घनत्व धनात्मक है।
- 13) Write the Boltzmann equipartition theorem of energy and give its proof.
ऊर्जा समविभाजन की बोल्ट्जमान प्रमेय क्या है? तथा इसे सिद्ध करो।