MPH-02

June - Examination 2016

MSC (Previous) Physics Examination

Mathematical Physics and Numerical Analysis

Paper - MPH-02

Time : 3 Hours] **[Max. Marks :- 80**

Note: The question paper is divided into three sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. You are allowed to use a non programmable scientific calculator, however, sharing of calculators is not allowed. Check your paper code and paper title before starting the paper.

निर्देश : यह प्रश्न पत्र 'अ' 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले सान्टिफिक केलक्युलेटर के उपयोग की अनुमति है परंतु केलक्युलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है। प्रश्नपत्र शुरु करने से पूर्व प्रश्नपत्र कोड व प्रश्नपत्र शीर्षक जाँच ले।

Section - A $8 \times 2 = 16$

Very Short Answer Type Questions (Compulsory)

Note: Answer **all** questions. As per the nature of the question you delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 02 marks.

खण्ड – 'अ'

अति लघु उत्तर वाले प्रश्न (अनिवार्य)

निर्देश : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित करिए। प्रत्येक प्रश्न 02 अंकों का है।

1) (i) Find the unit vector which is normal to surface
$x^2 + 3y^2 + 2z = 0$
सतह $x^2 + 3y^2 + 2z = 0$ के अभिलम्बवत इकाई सदिश ज्ञात करो।

(ii) Is matrix $\begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$ Hermitian? Give reason for your answer.

क्या मेट्रिक्स $\begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$ हर्मिशियन है? अपने उत्तर का कारण भी दीजिए।

(iii) Check the analyticity of complex function
$f(z) = x^2 - y^2 + 2i\,xy$
सम्मिश्र फलन $f(z) = x^2 - y^2 + 2i\,xy$ की एनेलिटिसिटि की जाँच करो।

(iv) Use Rodrigue's formula for Legendre polynomials find the value of $p_3(x) + 2p_1(x)$
लिजेन्ड्र बहुपद के लिए रोड्रिग्यूज सूत्र का उपयोग करते हुए $p_3(x) + 2p_1(x)$ का मान ज्ञात करो।

(v) If H denotes the Hermite function and $f(x) = H_o(x) + H_1(x)$ them plot the graph between $f(x)$ and x.
यदि हरमाइट फलन का दर्शाता है तथा $f(x) = H_o(x) + H_1(x)$ तो $f(x)$ तथा x के मध्य ग्राफ बनाओ।

(vi) Find the Laplace transform of $(e^{kt} + e^{-kt})$

फलन $(e^{kt} + e^{-kt})$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करो।

(vii) "EEPROM is known as flash memory". Is this statement true?

''EEPROM एक फलेश स्मृति की तरह जानीजाती है'' क्या यह कथन सत्य है?

(viii) Find the value of the integral $\int_0^4 e^x dx$ by simpson's $\frac{1}{3}$ rule. Here $h = 1$ and

x	0	1	2	3	4
e^x	1	2.72	7.39	20.09	54.60

सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ नियम से समाकल का $\int_0^4 e^x dx$ मान ज्ञात करो यहाँ $h = 1$ तथा

x	0	1	2	3	4
e^x	1	2.72	7.39	20.09	54.60

Section - B **4 × 8 = 32**

Short Answer Questions

Note: Answer **any four** questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 8 marks.

(खण्ड – ब)

लघुत्तरात्मक प्रश्न

निर्देश : किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2) (i) If $\vec{A} = \frac{a}{2}(\hat{i} + \hat{j}), \vec{B} = \frac{a}{2}(\hat{j} + \hat{k})$ and $C = \frac{a}{2}(\hat{k} + \hat{i})$. Find the volume of cell formed with these three vectors $\vec{A}$, $\vec{B}$ and $\vec{C}$.

यदि $\vec{A} = \frac{a}{2}(\hat{i} + \hat{j}), \vec{B} = \frac{a}{2}(\hat{j} + \hat{k})$ तथा $C = \frac{a}{2}(\hat{k} + \hat{i})$. हो तो इन तीनो सदिशो $\vec{A}$, $\vec{B}$ तथा $\vec{C}$ से बननेवाले कोश का आयतन ज्ञात करो।

(ii) If $\vec{P} = 3r^2(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ where $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ Evaluate $\nabla . \vec{P}$

यदि $\vec{P} = 3r^2(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ जहाँ $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ तो $\nabla . \vec{P}$ ज्ञात करो।

3) Using Gauss's divergence theorem, find the value of $\int_S \vec{F}.\hat{n}\, dS$ where $F = (x^3 - yz)\,\hat{i} - 2x^2y\,\hat{j} + 2\hat{k}$ and S is the surface of the cube bounded by the co-ordinate planes $x = y = z = 0$ and $x = y = z = a$

गाउस के अपसरण प्रमेय का उपयोग करते हुए समाकल $\int_S \vec{F}.\hat{n}\, dS$ का मान ज्ञात करो।

जहाँ $F = (x^3 - yz)\,\hat{i} - 2x^2y\,\hat{j} + 2\hat{k}$ तथा निम्न समतलो द्वारा परिबद्ध घन का पृष्ठ S है। $x = y = z = 0$ तथा $x = y = z = a$

4) Obtain the $P_4(x)$ using Rodrigues formula then evaluate integral

$$\int_{-1}^{1} x^2 P_4(x)\, dx$$

रोड्रिग्यूज सूत्र का उपयोग करते हुए $P_4(x)$ प्राप्त करो तथा फिर निम्न समाकल ज्ञात करो।

$$\int_{-1}^{1} x^2 P_4(x)\, dx$$

5) Find the Laplace transform of

(i) $3t^4 - 2t^{3/2} + 6$

(ii) 5 sin 2t – 3cos 2t

निम्न का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात करो।

(i) $3t^4 - 2t^{3/2} + 6$

(ii) 5 sin 2t – 3cos 2t

6) Solve

$(x^2 - y^2 - z^2)p + 2xyq = 2xz$

where symbols have usual meanings in partial differential equation.

निम्न को हल करो

$(x^2 - y^2 - z^2)p + 2xyq = 2xz$

जहा आंशिक अवकल समीकरण में प्राचलो के प्रचलित अर्थ हैं

7) Prove the following relation for Bessal function

$$\frac{d}{dx}\left[x^n J_n(x)\right]x^n J_{n-1}(x)$$

For above proof, you must use the

$$J_n(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!\sqrt{n+r+1}}\left[\frac{x}{2}\right]^{n+2r}$$

निम्न बेसल फलन सम्बन्ध को सिद्ध करो

$$\frac{d}{dx}\left[x^n J_n(x)\right]x^n J_{n-1}(x)$$

उपरोक्त सिद्ध करने के लिए बेसल फलन

$$J_n(x) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r!\sqrt{n+r+1}}\left[\frac{x}{2}\right]^{n+2r}$$

का ही उपयोग करे।

8) Find the poles and residues at the poles for the following function $\frac{z+1}{z^2-2z}$

निम्न फलन के लिए ध्रुव व रेजिड्यू को ज्ञात करो
$\frac{z+1}{z^2-2z}$

9) Find the real root of the given equation using Newton Raphson method
$f(x) = x^3 - 3x - 5 = 0$
न्यूटन रेपसन विधि का उपयोग करते हुए समीकरण $f(x) = x^3 - 3x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल ज्ञात करो।

Section - C $\qquad 2 \times 16 = 32$

Long Answer Questions

Note: Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

(खण्ड – स)

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

निर्देश : किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिये। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10) Find the eigen values and eigen vectors of matrix A

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

मेट्रिक्स A के अभिलाक्षणिक मूल तथा सदिशो को ज्ञात करो।

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix}$$

11) Find the Fourier series of the function

$f(x) = x + x^2$

in the interval $(-\pi, \pi)$

फलन $f(x) = x + x^2$ की फूटिये श्रेणी अन्तराल $(-\pi, \pi)$ में ज्ञात करो।

12) (i) Find the fourier transform of

$$f(t) = A\, e^{-\left(\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)}$$

Here $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha t^2} e^{\beta t}\, dt = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\, e^{\left(\frac{\beta^2}{4\alpha}\right)}$

(ii) Evaluate

$$\int_0^1 x^4 (1-x)^3\, dx$$

(iii) Find the Laplace transform of ($\sin t \cos t$)

(iv) If A_{ij} is antisymmetric tensor, find the component A_{11}

(i) निम्न फलन का फूरिअर रुपान्तर ज्ञात करो।

$$f(t) = A\, e^{-\left(\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)}$$

यहाँ $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha t^2} e^{\beta t}\, dt = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}\, e^{\left(\frac{\beta^2}{4\alpha}\right)}$

(ii) निम्न समाकल का मान ज्ञात करो

$$\int_0^1 x^4 (1-x)^3\, dx$$

(iii) $\sin t \cos t$ का लाप्लास रुपान्तर ज्ञात करो।

(iv) यदि A_{ij} प्रतिसममित टेन्सर है तो घटक A_{11} ज्ञात करो।

13) The following table gives the population of a town during the last six censuses. Estimate using any suitable interpolation formula, the increase in the population during the period from 1946 to 1948.

Year	1911	1921	1931	1941	1951	1961
Population (in thousand)	12	15	20	27	39	52

निम्न सारणी में अन्तिम छः गणनाओ में एक शहर की जनसंख्या दी गई है। अन्तर्वेशन के किसी उपयुक्त सूत्र का प्रयोग करके 1946 से 1948 के अन्तराल में जनसंख्या वृद्धि का आकलन करो।

वर्ष	1911	1921	1931	1941	1951	1961
जनसंख्या (हजारो में)	12	15	20	27	39	52