11. एक $2l$ लम्बाई की एक समान जंजीर क्षैतिज तल पर स्वयं के सिरों द्वारा लटक रही है। सिरो के मध्य दूरी $2a$ इस प्रकार है कि जंजीर का निम्नतम बिन्दु सिरों से ऊध्वाधर a दूरी पर है। यदि कैटिनरी के निम्नतम बिन्दु की उसकी नियता से दूरी c हो तो सिद्ध कीजिए।

A uniform chain of length $2l$ is suspended by its ends which are on the same horizontal level. The distance apart $2a$ of the ends is such that the lowest point of the chain is at a distance a vertically below the ends. If c is the distance of the lowest point from the directrix of the catenary, then prove that

(i) $\frac{2a^2}{l^2-a^2}=\log\frac{l+a}{l-a}$ (ii) $\frac{2al}{l^2+a^2}=\tan h\frac{a}{c}$

12. एक पिण्ड रूक्ष आनत समतल पर रखा है, जिसका क्षैतिज से कोण घर्षण कोण से अधिक है। यह एक ऐसे बल द्वारा रोका हुआ है जो ऊध्वाधर समतल में महत्तम ढाल वाली रेखा के अनुदिश है। वे सीमाएं ज्ञात कीजिए जिनके मध्य वह बल है।

A body is placed on a rough plane inclined to the horizon at an angle greater than the angle of friction, and is supported by a force acting in a vertical plane through the line of greatest scope, to find the limits between which the force must lie.

13. एक कण केन्द्रीय त्वरण, जो कि दूरी के घन का व्युत्क्रमानुपाती है, से गतिशील है। यदि इसे मूल बिन्दु से a दूरी पर स्तब्धिका से ऐसे वेग से फेंका जाता है जो कि a त्रिज्या वाले वृत्त के लिए वेग का $\sqrt{2}$ गुणा है तब प्रदर्शित करो कि पथ का समीकरण $r\cos\left(\frac{\theta}{\sqrt{2}}\right)=a$ है।

A particle moves with a central acceleration which varies inversely as the cube of the distance. If it be projected from an apse at a distance a from the origin with a velocity which is $\sqrt{2}$ times the velocity for a circle of radius a, show that the equation to its path is $r\cos\left(\frac{\theta}{\sqrt{2}}\right)=a$.

B.A./ B.Sc. Part-III Examination, June 2015
MATHEMATICS
Third Paper (Mechanics MT-09)
Time Allowed : 3 Hours
Maximum Marks : 66

Note:- The Question paper is divided into three sections A, B, and C. Use of calculator is allowed in this paper.

नोट:-प्रश्न पत्र तीन खण्डों ए, बी, और सी में विभाजित है | इस प्रश्नपत्र में केल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति हैं|

Section- A(खण्ड ' ए')

Section 'A' contain six (06) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit is thirty words.

खण्ड 'ए' में छह (06) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नो को हल करना हैं| प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

1- (i). यदि प्रतिरोधी माध्यम में कोई कण गिर रहा हो तो उसके अन्तिम वेग से क्या तात्पर्य है?

What do you mean by terminal velocity of a particle falling under gravity in a resisting medium?

(ii). किसी दिये हुए बल F के दो निर्दिष्ट दिशाओं में घटक बल लिखिए। जो F से α व β कोण बनाती है।

Write the components of a given force F in two given directions inclined at an angle α and β to it.

(iii). स्थैतिक घर्षण को परिभाषित कीजिए।

Define statical friction.

(iv). सकेन्द्र कक्षा को परिभाषित कीजिए।

Define control orbit.

(v). समआघूर्णीय पिण्ड किसे कहते हैं।

Define equimomental bodies.

(vi). वृत्तीय पटल के केन्द्र से पारित : एवं तल के लम्बवत जड़त्व आघूर्ण लिखिए।

Write moment of inertia of circular Lamina about a line through centre and perpendicular to its plane.

Section –B(खण्ड 'बी')

Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को कीन्ही भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंक का है| परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है|

2. समान दण्ड AB, BC, CD, DE, EF तथा FA प्रत्येक W भार की है और स्वच्छन्दतापूर्वक सिरों पर इस प्रकार जुड़ी हुई है कि एक षट्भुज बने। दण्ड AB को क्षैतिज स्थिति में रखा जाता है। और AB, DE के मध्य बिन्दुओं को एक डोरी द्वारा जोड़ा जाता है। सिद्ध कीजिए कि डेरी में तनाव 3W है।

Six equal rods AB, BC, CD, DE, EF and FA are each of weight W and are freely jointed at their extremities so as to from a hexagon; the rod AB is fixed in a horizontal position and the middle points of AB and DE are joined by a string. Prove that the tension in string in 3W.

3. सिद्ध कीजिए कि एक पुरुष किसी झूलेपर, जिसकी रस्सियां विरामावस्था में पुरूष के दुगुनेभार को वहन कर सकती है, अधिक से अधिक 120^0 के कोण में होकर झूलसकता है।

Show that the greatest angle through which a person can oscillate on swing the ropes of which can support twice the person's weight at rest is 120^0.

4. $2l$ लम्बाई की एक समान जंजीर के दो सिरे क्षैतिज रेखा पर 2a दूरी पर दो बिन्दुओं पर हैं। यदि l, a से कुछ ही बड़ा हो तो प्रदर्शित कीजिए कि जंजीर में तनाव लगभग $\sqrt{\frac{a^3}{6(l-a)}}$ लम्बी जंजीर के भार के बराबर है तथा इसके निम्न बिन्दु का सिरों से झोल लगभग $\frac{1}{2}\sqrt{6a(l-a)}$ है।

A uniform chain of length $2l$, has its ends attached to two points in the same horizontal line at a distance 2a apart. If l is only a little greater then a, show that the lesion is approximately equal to the weight of a length $\sqrt{\frac{a^3}{6(l-a)}}$ of the chain and that the sag of the lowest point of the chain below its end is nearly $\frac{1}{2}\sqrt{6a(l-a)}$.

5. एक कण किसी सरल रेखा पर स्थित स्थिर बिन्दु की ओर k^2x आकर्षण के अधीन विरामावस्था से गति प्रारंभ करता है और t सेकण्ड पश्चात उसी बिन्दु से उसी त्वरण से एक दूसरा कण चलना शुरू करता है। सिद्ध कीजिए कि, दोनों कण प्रथम कण के शुरू होने के $\left\{\frac{\pi}{k}-\frac{t}{2}\right\}$ समय पश्चात मिलेंगें यदि $t<2\pi/k$.

A particle starts from rest under an attraction k^2x directed towards a fixed point and after t second another particle starts from the same position under the same acceleration. Show that the particle with collide at line $\left\{\frac{\pi}{K}-\frac{t}{2}\right\}$ after the starts of the first particle, provided $t<2\pi/k$.

6. ABC एक त्रिभुज है। जिसमें A समकोण है, AD, BC पर लम्ब खींचा गया है। सिद्ध कीजिए कि AB के अनुदिश लगा बल $\frac{1}{AB}$ तथा AC के अनुदिश लगा बल $\frac{1}{AC}$ का परिणामी AD के अनुदिश लगा बल $\frac{1}{AD}$ होगा।

ABC is triangle at A, AD is perpendicular to BC. Prove that the resultant at of $\frac{1}{AB}$ acting along AB and $\frac{1}{AC}$ acting along AC is $\frac{1}{AD}$ along AD.

7. ध्रुव बिन्दु की ओर बल का नियम ज्ञात कीजिए जिसके अधीन कोई कण $r=a\sin n\theta$ वक्र पर गतिमान है।

A particle describes the curve $r=a\sin n\theta$ under a force to the pole, find the law of force.

8. यदि किसी ग्रह को अपनी कक्षा (मान वृत्तीय) में अचानक रोक दिया जाये, तो सिद्ध कीजिये कि वह ग्रह के परिक्रमणकाल के $\frac{\sqrt{2}}{8}$ गुणा समय में सूर्य के अन्दर गिर जाएगा।

If a planet were suddenly stopped in its orbit supposed circular, show that it would fall into the sun in a time which is $\frac{\sqrt{2}}{8}$ times the period of the planet's revolution.

9. जड़त्व आघूर्ण के लिए समान्तर अक्षों की प्रमेय लिखिए व सिद्ध कीजिए।

State and prove theorem of parallel axes for moment of inertia.

Section –C(खण्ड 'सी ')

Section 'C' contain 4 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं| परीक्षार्थियों को कीन्ही भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का हैं, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है|

10. l लम्बाई की एक हल्की प्रत्यास्थ डोरी AB को बिन्दु A पर बांधा गया है। डोरी इस तरह की है कि यदि इसके सिरे B पर W भार बांध दिया जाये तो इसकी लम्बाई बढ़कर $2l$ हो जाती है। यदि B पर W/4 भार बांध कर इसे A को सतह से गिराया जाये तो सिद्ध कीजिए कि

(a) सरल आवर्त गति क आयाम $3l/4$ है।

(b) भार $2l$ दूरीतक नीचे गिरेगा।

(c) एक दोलन का आवर्तकाल $\sqrt{\frac{l}{4g}\left[4\sqrt{2}+\pi+2\sin^{-1}\frac{1}{3}\right]}$ होगा।

A light elastic string AB of length is fixed at A and is such that if a weight W be attached to B, the string will be stretched to a length $2l$. If a weight W/4 be attached to B and let fall from the level of A, prove that

(a) the amplitude of the SHM that ensues is $3l/4$.

(b) the distance through which is fall is $2l$

(c) the period of oscillation is $\sqrt{\frac{l}{4g}\left[4\sqrt{2}+\pi+2\sin^{-1}\frac{1}{3}\right]}$