

B.A./ B.Sc. Part-I Examination, June 2015
MATHEMATICS
 Second Paper (Calculus MT-02)
 Time Allowed : 3 Hours
 Maximum Marks: 67

Note:- The Question paper is divided into three sections A, B, and C. Use of calculator is allowed in this paper.

नोट:- प्रश्न पत्र तीन खण्डों ए, बी, और सी में विभाजित है। इस प्रश्नपत्र में कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section- A (खण्ड 'ए')

Section 'A' contain seven (07) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit is thirty words.

खण्ड 'ए' में सात (07) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक हैं और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द है।

1. (i). What is the condition of concavity of a curve with respect to y -axis.

किसी वक्र के y -अक्ष के सापेक्ष अवतल होने का प्रतिबन्ध लिखिए।

(ii). Write the condition of double point of the $f(x, y) = 0$

वक्र $f(x, y) = 0$ में द्विक बिन्दु विद्यमान होने का प्रतिबन्ध लिखिए।

(iii). Write the degree and order of the following differential equation.

दी गई अवकल समीकरण की घात तथा कोटि लिखिए।

$$x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + 5 \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + 1 = 0$$

(iv). Write the n^{th} term of the series

$$x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \frac{4^4 x^4}{4!} + \dots$$

(v). Write the formula of radius of curvature for polar curve.

ध्रुवीय वक्र के लिए वक्र की वक्रता त्रिज्या का सूत्र लिखिए।

(vi). Write the formula of beta function.

बीटा फलन का सूत्र लिखिए।

(vii). What is the degree of homogeneous function of the following

निम्न समघात फलन की घात लिखिए।

$$f(x, y) = \frac{x^4 + y^4}{x^5 + y^5}$$

(ii). Find the intrinsic equation of the asteroïd $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$, when s is measured:

(a) from the cusp on the axis of x .

(b) from the vertex.

एस्टाईड का $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ त्रिज्य समीकरण ज्ञात कीजिये जबकि s नापा गया हो

(a) x -अक्ष पर कर्ण से

(b) शीर्ष से

Section -B (खण्ड 'ब')

Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

खण्ड 'ब' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को कनिष्ठी षी चार (04) सवालों के जवाब देना है। प्रत्येक प्रश्न 08 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

- Find the envelop of the family of the curve $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{k^2 - \alpha^2} = 1$ where α is parameter

वक्र कुल $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{k^2 - \alpha^2} = 1$ का अन्वलय ज्ञात कीजिए, α प्राचल है।

- Find the pedal equation of the following curve

वृत्त $x^2 + y^2 - 2ax = 0$ का परिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

- Test convergence and absolute convergence of the following series.

निम्न श्रेणी के अभिसरण तथा निरपेक्ष अभिसरण की जाँच कीजिए।

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n^n}$$

- Find the whole length of the cycloid $x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$, $(0 \leq \theta \leq 2\pi)$

चक्रज $x = a(\theta - \sin \theta)$, $y = a(1 - \cos \theta)$, $(0 \leq \theta \leq 2\pi)$ की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए।

- Find the value

मान ज्ञात कीजिए।

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (x^2 + y^2 + z^2) kx \, dy \, dz$$

- If $z(x+y) = x^2 + y^2$ then prove that

यदि $z(x+y) = x^2 + y^2$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 = 4 \left(1 - \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y} \right)$$

- Show that the volume of the solid generated by the revolution of the following tractrix about its asymptotes is $\left(\frac{2}{3}\right)\pi a^3$

प्रदर्शित कीजिए कि निम्न ट्रैक्टरी का अपने अन्त सपाँचों के परिक्रमण से जनित आवरण $\left(\frac{2}{3}\right)\pi a^3$ है।

$$x = a \left(\cos t + \frac{1}{2} \log \tan^2 \frac{1}{2} t \right), \quad y = a \sin t$$

- Solve the following Differential equation

दी गई अवकल समीकरण को हल कीजिए।

$$x \sin \left(\frac{y}{x} \right) dy = \left[y \sin \left(\frac{y}{x} \right) - x \right] dx$$

Section -C (खण्ड 'स')

Section 'C' contain 4 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

खण्ड 'स' में 4 विस्तृत उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को कनिष्ठी दो दो (02) सवालों के जवाब देना है। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

- Prove that for the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $\rho = \frac{a^2 b^2}{p^3}$, where p is the centre upon the tangent at (x, y) and ρ is a radius of curvature at the point (x, y) .

सिद्ध करो कि दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ के बिन्दु (x, y) पर वक्रता त्रिज्या है व ρ केन्द्र p पर $\rho = \frac{a^2 b^2}{p^3}$ जहाँ p किसी बिन्दु (x, y) पर वक्रता त्रिज्या है व ρ बिन्दु (x, y) पर खींची गई स्पर्श रेखा पर केन्द्र से दूरी एवं सन्न की लम्बाई है।

- One corner of a long rectangular paper of width 1 meter is folded so as to reach the opposite edge of the paper. Find the minimum length of the crease.

एक लम्बे आयताकार कागज की चौड़ाई 1 मीटर है इसके एक कोने को खुरा मोड़ा गया कि वह कागज के कोर तक पहुँचे। ज्ञात करें इस प्रकार बनने वाले कितने की न्यूनतम लम्बाई क्या होगी।

- Find the equation of the curve whose intrinsic equation $s = c \tan \psi$ given $\psi = 0$ on $x = 0$ and $y = c$.

जब वक्र का समीकरण प्राप्त कीजिए जिसका क्षेत्र समीकरण $s = c \tan \psi$ जबकि $\psi = 0$ पर $x = 0$ तथा $y = c$ दिया हुआ है।

- Find the area of the cardioids $r = a(1 + \cos \theta)$ when curve is symmetric about the initial line.

कार्डियोइड $r = a(1 + \cos \theta)$ से घिरा हुआ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जब वक्र प्रारम्भिक रेखा के सापेक्ष सममित है।

- Show that the series $x^2 (\log 2)^x + x^3 (\log 3)^x + x^4 (\log 4)^x + \dots$ is convergent if $x < 1$ and divergent if $x \geq 1$

प्रदर्शित कीजिए कि श्रेणी $x^2 (\log 2)^x + x^3 (\log 3)^x + x^4 (\log 4)^x + \dots$ अभिसारी है यदि $x < 1$ तथा अपसारी है यदि $x \geq 1$

- If $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ then prove that

यदि $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \right) u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}$$

- Evaluate the following integral with the help of Dirichlet's integral

नीचे दिये समाकलन का मान दिरिक्लेट समाकलन की सहायता से ज्ञात कीजिए।

$$\int_0^1 \int_0^1 x^2 y \, dx \, dy \, dz$$

- Where the region V is volume which is bounded following planes $x = 0, y = 0, z = 0, x + y = z = 1$

जहाँ क्षेत्र V निम्न तलों से परिबद्ध आवरण है $x = 0, y = 0, z = 0, x + y = z = 1$

- Where the region V is volume which is bounded following planes $x = 0, y = 0, z = 0, x + y = z = 1$

जहाँ क्षेत्र V निम्न तलों से परिबद्ध आवरण है $x = 0, y = 0, z = 0, x + y = z = 1$