B.A./ B.Sc. Part-I Examination, June 2015
MATHEMATICS
First Paper (Discrete Mathematics MT-01)
Time Allowed: 3 Hours
Maximum Marks: 67

Note:- The Question paper is divided into three sections A, B, and C.Use of calculator is allowed in this paper.

नोट:-प्रश्न पत्र तीन खण्डों ए, बी, और सी में विभाजित है | इस प्रश्नपत्र में केल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति हैं|

Section- A(खण्ड 'ए')

Section 'A' contain seven (07) Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 01 marks and maximum word limit is thirty words.

खण्ड 'ए' में सात (07) अतिलघुउत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नो को हल करना हैं| प्रत्येक प्रश्न के 01 अंक है और अधिकतम शब्द सीमा तीस शब्द हैं।

1. (i). Define one-one function

एकैकी फलन को परिभाषित कीजिए।

(ii). Write value of combination ${}^{n}C_{r}$.

संचय ${}^{n}C_{r}$ का मान लिखिए।

(iii). Write solution of following homogeneous linear recurrence relation

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 0$$

निम्न समघात रैखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध का हल लिखिए।

$$a_r - 5a_{r-1} + 6a_{r-2} = 0$$

(iv). If a_r is a numeric function s.t. $a_r = \begin{cases} 11 & 0 \le r \le 4 \\ 2^r + 5r & r \ge 5 \end{cases}$

then write ∇a_r.

यदि a_r एक संख्याक फलन है जहाँ $a_r = \begin{cases} 11 & 0 \le r \le 4 \\ 2^r + 5r & r \ge 5 \end{cases}$

तब ∇a_r का मान लिखिए।

(v). Write number of edges in a complete bipartite graph $K_{m,n}$.

पूर्ण द्विखादी ग्राफ $K_{m,n}$ में कोरों की संख्या लिखिए।

(vi). In Boolean algebra $(B,+,.,0,1)$, $a,b \in B$; value of $a.(a+b)$ is

बूलीय बीजगणित $(B,+,.,0,1)$, में $a,b \in B$ हो तब $a.(a+b)$ का मान होगा।

(vii). Order of element 2 in group $(\{0,1,2,3,4,5\} +_5)$?

समूह $(\{0,1,2,3,4,5\} +_5)$ के अवयव 2 की कोटि है?

Section –B(खण्ड 'बी')

Section 'B' contain Eight Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any four (04) questions. Each question is of 08 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words.

खण्ड 'बी' में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को कीन्ही भी चार (04) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 08 अंक का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

2. Let a,b are arbitrary element of complemented distributive lattice $(A,\leq)$ then prove that.

$(a\cup b)' = a'\cap b'$

माना a,b पूरित बंटनात्मक जालक $(A,\leq)$ के स्वंच्छ अवयव है तब सिद्ध करो कि

$(a\cup b)' = a'\cap b'$

3. Let G be a simple graph with n vertices and e edges. Then prove that number of edges in complementary graph $\overline{G}$, is $\frac{n(n-1)}{2}-e$.

प्रदर्शित कीजिए कि यदि n शीर्षों पर सरल ग्राफ G में कोरे है तब G के पूरक ग्राफ $\overline{G}$ में कोरो की संख्या $\frac{n(n-1)}{2}-e$ होती है।

4. Find generating function of numeric function $a_r = r(r+1), r\geq 0$.

संख्याक फलन $a_r = r(r+1), r\geq 0$ का जनक फलन ज्ञात कीजिए।

5. Find conjunctive normal from CNF of Boolean function $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2)(x_1'+x_3)$

बूलीय फलन $f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2)(x_1'+x_3)$ का संयोजनीय प्रसामान्य रूप (CNF) ज्ञात कीजिए।

6. Prove that the set of matrix of order 2×2

$G=\left\{A_\alpha \mid A_\alpha=\begin{bmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}\right\}$ (where α is real number) is a group.

सिद्ध करो कि 2×2 कोटि के आव्यूहो का समुच्चय

$G=\left\{A_\alpha \mid A_\alpha=\begin{bmatrix}\cos\alpha & -\sin\alpha\\ \sin\alpha & \cos\alpha\end{bmatrix}\right\}$ (जहाँ α वास्तविक संख्या है)

आव्यूहों की गुणन संक्रिया के लिए समूह है।

7. Let a_r & b_r are numeric function where

$$a_r=\begin{cases}2^r+1 & 0\leq r\leq 3\\ 2^r+3 & r\geq 4\end{cases} \text{ and } b_r=\begin{cases}3^r+2 & 0\leq r\leq 2\\ 3^r-1 & r\geq 3\end{cases}$$

Then find product & sum of a_r & b_r.

माना a_r तथा b_r संख्याक फलन है जहाँ

$$a_r=\begin{cases}2^r+1 & 0\leq r\leq 3\\ 2^r+3 & r\geq 4\end{cases} \text{ तथा } b_r=\begin{cases}3^r+2 & 0\leq r\leq 2\\ 3^r-1 & r\geq 3\end{cases}$$

तब संख्याक फलनों a_r तथा b_r के क्रमश: योगफल तथा गुणनफल ज्ञात कीजिए।

8. Let $H=4Z$. Find all coset of $(H,+)$ with respect to group set of integers $(Z,+)$.

माना $H=4Z$ पूर्णांको के समूह $(Z,+)$ के अवयवों के सापेक्ष उपसमूह $(H,+)$ के सभी सहकुलक ज्ञात कीजिए।

9. Let $G=(V,\Sigma,S,P)$ is a grammar where $V=\{S,A\}$ $\Sigma=\{a,b\}$, S is starting symbol and $P=\{S\to aAa, A\to aAa, A\to b\}$ then find language $L(G)$ generated by G.

माना $G=(V,\Sigma,S,P)$ एक व्याकरण है जहाँ $V=\{S,A\}$, $\Sigma=\{a,b\}$ S प्रारम्भिक प्रतीक है तथा $P=\{S\to aAa, A\to aAa, A\to b\}$ तब G द्वारा जनित भाषा ज्ञात कीजिए।

Section –C(खण्ड 'सी')

Section 'C' contain 4 Long Answer Type Questions. Examinees will have to answer any two (02) questions. Each question is of 14 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 500 words.

खण्ड 'सी' में 4 निबन्धात्मक प्रश्न हैं। परीक्षार्थियों को कीन्ही भी दो (02) सवालों के जवाब देना हैं। प्रत्येक प्रश्न 14 अंकों का हैं, परीक्षार्थियों को अधिकतम 500 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करने है।

10. (i). Prove that in a non trivial tree there are atleast two pendent vertices?

सिद्ध करो कि प्रत्येक अतुच्छ वृक्ष में कम से कम दो निलम्बी शीर्ष होते हैं?

(ii). Prove that a binary tree with n vertices has height at least $[\log_2(n+1)-1]$ and at most $\frac{n-1}{2}$ (where $[M]=$ minimum integer $\geq m$)

सिद्ध करो कि शीर्षों पर द्विचर वृक्ष की ऊँचाई कम से कम $[\log_2(n+1)-1]$ तथा अधिक से अधिक $\frac{n-1}{2}$ होती है। ($[M]=$ न्यूनतम पूर्णांक $\geq m$)

11. (i). Find minimum number of persons in a office so that five persons born in same month.

किसी कार्यालय में व्यक्तियों की न्यूनतम संख्या ज्ञात कीजिए ताकि उनमें से पाँच व्यक्ति एक ही माह में जन्मे हो।

(ii). Explain finite state machine.

परिमित अवस्था मशीन को समझाइए।

12. In a Boolean algebra $\langle B,+,.,',0,1\rangle$. Prove that the binary relation $\leq$. Is a partial order relation on B.

सिद्ध कीजिए कि बूलीय बीजगणित $\langle B,+,.,',0,1\rangle$ में द्विआधारी सम्बन्ध $\leq$ B पर आंशिक क्रम सम्बन्ध होता है।

13. (i). Let $A=R-\{3\}$, $B=R-\{1\}$. Then prove that the function $f: A\to B$ where $f(x)=\frac{x-4}{x-3}$, $x\in A$ is one-one and onto.

माना $A=R-\{3\}$, $B=R-\{1\}$. तब सिद्ध कीजिए कि फलन $f: A\to B$ जहाँ $f(x)=\frac{x-4}{x-3}$, $x\in A$ एकैकी आच्छादक है।

(ii). Prove that in a graph G, e is cut edge if and only, if e does not exist in any cycle.

सिद्ध करो कि ग्राफ G में कोई कोर e एक काट कोर होती है यदि और केवल यदि e, G में उपस्थित किसी भी चक्र में विद्यमान नहीं है।