

MT-06

June – Examination 2024

B.A./B.Sc. (Part II) Examination

MATHEMATICS

(Numerical Analysis and Vector Calculus)

Paper : MT-06

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 46

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section-A

6×1=6

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 1 mark.

MT-06/8

(1)

TT-296 Turn Over

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) What will be value of $\Delta^n x^m$ ($m < n$) ?

$\Delta^n x^m$ ($m < n$) का मान क्या होगा ?

(ii) Define $x^{(-n)}$.

$x^{(-n)}$ को परिभाषित कीजिए।

(iii) Write Lagrange's inverse interpolation formula.

लाग्रांज का प्रतिलोम अन्तर्वेशन सूत्र लिखिए।

(iv) Write Newton-Raphson formula to find out the roots of a equation.

समीकरण के मूल ज्ञात करने हेतु न्यूटन-रेफसन सूत्र को लिखिए।

(v) Define Vector Integration.

सदिश समाकलन को परिभाषित कीजिए।

(vi) What is the value of $\text{div } \vec{r}$?

$\text{div } \vec{r}$ का मान क्या होगा ?

Section-B

4×5=20

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer any four questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 5 marks.

MT-06/8

(2)

TT-296

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Find out unknown values in the following table :

x	$f(x)$
1	1
2	8
3	?
4	64
5	?
6	216
7	343
8	512

निम्न सारणी में अज्ञात पद ज्ञात कीजिए :

x	$f(x)$
1	1
2	8
3	?
4	64
5	?
6	216
7	343
8	512

3. Express the polynomial $f(x) = x^4 - 12x^3 + 24x^2 - 30x + 9$, $h = 1$ in factorial notation.

फलन $f(x) = x^4 - 12x^3 + 24x^2 - 30x + 9$, $h = 1$ को क्रमगुणित संकेत में व्यक्त कीजिए।

4. Find the root of the equation using iteration method :

$$e^x - 3x = 0$$

पुनरावृत्ति विधि के उपयोग से निम्न समीकरण का मूल ज्ञात कीजिए :

$$e^x - 3x = 0$$

5. Prove that the magnitude of a vector function $\bar{F}(t)$ will be a constant iff :

$$\bar{F} \frac{d\bar{F}}{dt} = 0$$

सिद्ध कीजिए कि किसी सदिश फलन $\bar{F}(t)$ का परिमाण अचर होगा यदि एवं केवल यदि :

$$\bar{F} \frac{d\bar{F}}{dt} = 0$$

6. Prove that :

$$\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0$$

सिद्ध कीजिए :

$$\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0$$

7. Find Directional derivative of the function $\phi(x, y, z) = 2x^3 - 3yz$ at the point (2, 1, 3) in the direction of the line having direction cosines 2, 1, 2.

फलन $\phi(x, y, z) = 2x^3 - 3yz$ का बिन्दु (2, 1, 3) दिक्कोज्याओं वाली रेखा की दिशा में दिक्अवकलज ज्ञात कीजिए।

8. Find the integral :

$$\iint_S (y^2 z^2 \hat{i} + z^2 x^2 \hat{j} + x^2 y^2 \hat{k}) \cdot \hat{n} dS$$

where S is the part of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$
समाकल :

$$\iint_S (y^2 z^2 \hat{i} + z^2 x^2 \hat{j} + x^2 y^2 \hat{k}) \cdot \hat{n} dS$$

का मान ज्ञात कीजिए जहाँ S, xy समतल पर गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का भाग है।

Section-C **2×10=20**

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

9. In the table given below, marks of students of a class are given :

Marks	No. of Students
30-40	31
40-50	42
50-60	51
60-70	35
70-80	31

Using the table, find out the number of students getting marks between 40 to 45.

निम्नलिखित सारणी में एक कक्षा के विद्यार्थियों के अंक दिए हैं :

अंक	छात्रों की संख्या
30-40	31
40-50	42
50-60	51
60-70	35
70-80	31

सारणी की सहायता से 40 से 45 के मध्य अंक प्राप्त करने वाले विद्यार्थियों की संख्या ज्ञात कीजिए।

10. (i) Prove that :

$$(a) \quad \mu\delta \equiv \frac{1}{2}(\Delta + \nabla)$$

$$(b) \quad \mu + \frac{\delta}{2} \equiv E^{1/2}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$(अ) \mu\delta \equiv \frac{1}{2}(\Delta + \nabla)$$

$$(ब) \mu + \frac{\delta}{2} \equiv E^{1/2}$$

- (ii) Using false position method find out the roots of the equation $x^6 - x^4 - x^3 - 1 = 0$ upto 4 decimal places between 1.4 and 1.5

मिथ्या स्थिति विधि द्वारा $x^6 - x^4 - x^3 - 1 = 0$ का मूल 1.4 व 1.5 के मध्य दशमलव के 4 अंकों तक ज्ञात कीजिए।

11. (i) Using synthetic division find the solution of the following equation in the neighborhood of $x = 1$:

$$f(x) = x^3 - x^2 - 1.001x + 0.9999 = 0$$

संश्लिष्ट भाग के प्रयोग से $x = 1$ के सामीप्य में निम्न समीकरण का हल ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = x^3 - x^2 - 1.001x + 0.9999 = 0$$

- (ii) Use Picard's method to solve :

$$y' = -1 - 2xy, y(0) = 0$$

पिकार्ड विधि से हल कीजिए :

$$y' = -1 - 2xy, y(0) = 0$$

12. (i) Solve the following system of equations using Gauss-Seidel method :

$$x + 10y + z = 6$$

$$10x + y + z = 6$$

$$x + y + 10z = 6$$

निम्नलिखित समीकरण निकाय को गॉस-सीडेल विधि द्वारा हल कीजिए :

$$x + 10y + z = 6$$

$$10x + y + z = 6$$

$$x + y + 10z = 6$$

- (ii) If :

$$\bar{f}(t) = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$$

$$\bar{g}(t) = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\bar{h}(t) = 3\hat{i} + t\hat{j} - \hat{k}$$

find the value of the following :

$$\int_1^2 \bar{f} \times (\bar{g} \times \bar{h}) dt$$

यदि :

$$\bar{f}(t) = t\hat{i} - 3\hat{j} + 2t\hat{k}$$

$$\bar{g}(t) = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$$

$$\bar{h}(t) = 3\hat{i} + t\hat{j} - \hat{k}$$

तो निम्न का मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^2 \bar{f} \times (\bar{g} \times \bar{h}) dt$$