

**MT-05**

**June – Examination 2024**

**B.A./B.Sc. (Part II) Examination**

**MATHEMATICS**

**(Differential Equations)**

**Paper : MT-05**

*Time : 3 Hours ]*

*[ Maximum Marks : 46*

**Note** :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

**निर्देश** :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

**Section-A**

**6×1=6**

**(Very Short Answer Type Questions)**

**Note** :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 1 mark.

MT-05/8

( 1 )

**TT-295** Turn Over

**खण्ड—अ**

**(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश** :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Define degree of a differential equation.  
अवकल समीकरण की घात को परिभाषित कीजिए।

- (ii) Solve :

$$x \frac{dv}{dx} = v \log v$$

हल कीजिए :

$$x \frac{dv}{dx} = v \log v$$

- (iii) Test given equation to be exact :

$$y \sin 2x dx - (1 - y^2 + \cos^2 x) dy = 0$$

दिये गये समीकरण की यथार्थता की जाँच कीजिए :

$$y \sin 2x dx - (1 - y^2 + \cos^2 x) dy = 0$$

MT-05/8

( 2 )

**TT-295**

(iv) Solve :

$$y - px = \frac{3p^2}{\sqrt{p^2 - 1}}$$

हल कीजिए :

$$y - px = \frac{3p^2}{\sqrt{p^2 - 1}}$$

(v) State Existence and Uniqueness Theorem.

अस्तित्व एवं अद्वितीयता प्रमेय का कथन कीजिए।

(vi) Solve :

$$(D^2 + DD' - 6D'^2)Z = 0$$

हल कीजिए :

$$(D^2 + DD' - 6D'^2)Z = 0$$

**Section-B**

**4×5=20**

**(Short Answer Type Questions)**

**Note** :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

MT-05/8

( 3 )

**TT-295** Turn Over

**खण्ड—ब**

**(लघु उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश** :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Solve :

$$xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$$

हल कीजिए :

$$xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2} dx$$

3. Solve :

$$(2ydx + 3xdy) + 2xy(3ydx + 4xdy) = 0$$

हल कीजिए :

$$(2ydx + 3xdy) + 2xy(3ydx + 4xdy) = 0$$

4. Solve completely :

$$p^3 - 4xyp + 8y^2 = 0$$

पूर्णतः हल कीजिए :

$$p^3 - 4xyp + 8y^2 = 0$$

MT-05/8

( 4 )

**TT-295**

5. Solve :

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + 2 \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = e^{2x} + x^2 + x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^3 y}{dx^3} + 2 \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = e^{2x} + x^2 + x$$

6. Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x^{1/3}} \frac{dy}{dx} + \left( \frac{1}{4x^{2/3}} - \frac{1}{6x^{4/3}} - \frac{6}{x^2} \right) y = 0$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{x^{1/3}} \frac{dy}{dx} + \left( \frac{1}{4x^{2/3}} - \frac{1}{6x^{4/3}} - \frac{6}{x^2} \right) y = 0$$

7. Solve by method of Variation of Parameters :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$$

प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \sec ax$$

8. Find integral surface of partial differential equation  $(x + y)p + (y - x - z)q = z$  which contains curve  $x^2 + y^2 = 1, z = 1$ .

आंशिक अवकल समीकरण  $(x + y)p + (y - x - z)q = z$  के समाकल पृष्ठ को ज्ञात कीजिए जिसमें वक्र  $x^2 + y^2 = 1, z = 1$  विद्यमान है।

9. Solve :

$$z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$$

हल कीजिए :

$$z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$$

**Section-C**

**2×10=20**

**(Long Answer Type Questions)**

**Note :-** Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

**खण्ड—स**

**(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश :-** किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. (a) Solve :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

हल कीजिए :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

(b) Solve :

$$p^2 - (x^2 + xy + y^2)p + xy(x + y) = 0$$

हल कीजिए :

$$p^2 - (x^2 + xy + y^2)p + xy(x + y) = 0$$

11. (a) Solve :

$$4p^3 + 3px = y$$

हल कीजिए :

$$4p^3 + 3px = y$$

(b) Solve :

$$(x^2D^2 + xD + 1)y = \log x \cdot \sin(\log x)$$

हल कीजिए :

$$(x^2D^2 + xD + 1)y = \log x \cdot \sin(\log x)$$

12. (a) Solve :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - (2x - 1) \frac{dy}{dx} + (x - 1)y = 0$$

हल कीजिए :

$$x \frac{d^2y}{dx^2} - (2x - 1) \frac{dy}{dx} + (x - 1)y = 0$$

(b) Solve :

$$z^2(p^2 + q^2 + 1) = c^2$$

हल कीजिए :

$$z^2(p^2 + q^2 + 1) = c^2$$

13. (a) Solve by Charpit Method :

$$z^4p^2 + z^2q^2 = 1$$

शार्पी (चारपिट) विधि से हल कीजिए :

$$z^4p^2 + z^2q^2 = 1$$

(b) Find complete integral of :

$$z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$$

पूर्ण समाकल ज्ञात कीजिए :

$$z^2(p^2 + q^2) = x^2 + y^2$$