

MT-01

June – Examination 2024

B.A./B.Sc. (Part I) Examination

MATHEMATICS

(Discrete Mathematics)

Paper : MT-01

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 47

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section-A

7×1=7

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

MT-01/8

(1)

TT-291 Turn Over

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Define a Power Set.
एक घात समुच्चय को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Define a Commutative Group.
क्रमविनिमेय समूह को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Define Alphabets.
वर्णमाला को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Define De-Morgan's Laws.
द-मॉर्गन के नियम को परिभाषित कीजिए।
- (v) Define Discrete Numeric function.
विविक्त संख्यांक फलन को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define Digraphs.
दिष्टग्राफ को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Define planar graphs.
समतलीय ग्राफ को परिभाषित कीजिए।

MT-01/8

(2)

TT-291

Section-B**4×5=20****(Short Answer Type Questions)**

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

खण्ड—ब**(लघु उत्तरीय प्रश्न)**

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Prove that the inverse relation of an equivalence relation on a non-empty set A is also an equivalence relation on A.

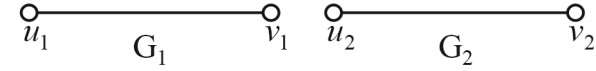
सिद्ध कीजिए कि अरिक्त समुच्चय A पर किसी तुल्यता संबंध का प्रतिलोम संबंध भी A पर एक तुल्यता संबंध होता है।

3. Four persons are chosen at random from a group of 4 men, 3 women and 5 children. Find the probability that exactly two of them will be children.

4 पुरुष, 3 महिलाएँ और 5 बच्चों के एक समूह से 4 व्यक्ति यादृच्छिक रूप से चुने जाते हैं। उनमें ठीक 2 बच्चों के होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

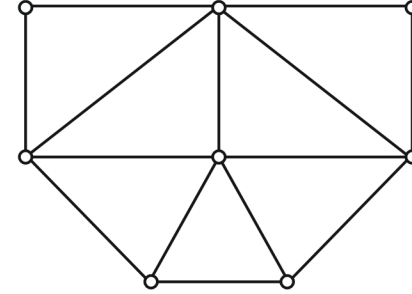
4. Find product of the following two graph G_1 and G_2 :

निम्नलिखित दो ग्राफ G_1 तथा G_2 का गुणनफल ज्ञात कीजिए :



5. Find the dual of the following planar graph :

निम्नलिखित समतलीय ग्राफ का द्वैत ग्राफ ज्ञात कीजिए :



6. Prove that every non-trivial tree contains at least two pendant vertices.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अतुच्छ वृक्ष में कम-से-कम दो निलम्बी शीर्ष होते हैं।

7. Solve the following recurrence relation :

$$a_r = 4 (a_{r-1} - a_{r-2})$$

निम्नलिखित पुनरावृत्ति सम्बन्धों को हल कीजिए :

$$a_r = 4 (a_{r-1} - a_{r-2})$$

8. Let :

$$\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$$

be a Boolean algebra, then for all elements $a \in B$ prove that :

(i) $a + 1 = 1$

(ii) $a \cdot 0 = 0$

माना :

$$\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$$

एक बूलिय बीजगणित है तब सभी अवयवों $a \in B$ के लिए सिद्ध कीजिए :

(i) $a + 1 = 1$

(ii) $a \cdot 0 = 0$

9. Express the following Boolean functions in their C.N.F. :

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot x_2' \cdot x_3) + (x_1' \cdot x_2 \cdot x_3) + (x_1' \cdot x_2' \cdot x_3)$$

निम्नलिखित बूलिय फलन का संयोजनीय प्रसामान्य रूप में व्यक्त कीजिए :

$$f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3) + (x_1 \cdot x_2' \cdot x_3) + (x_1' \cdot x_2 \cdot x_3) + (x_1' \cdot x_2' \cdot x_3)$$

Section-C

2×10=20

(Long Answer Type Questions)

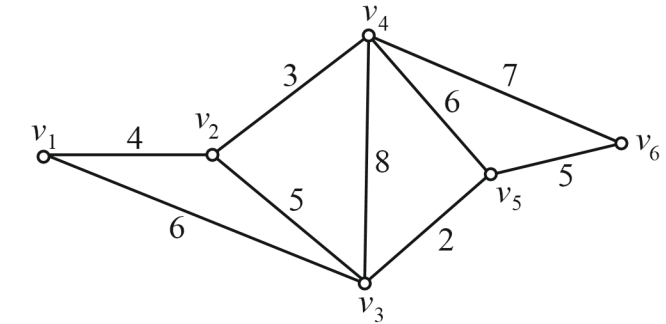
Note :- Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. Find the shortest path from the vertex v_1 to vertex v_6 in the following weighted graph :



निम्नलिखित भारित ग्राफ में शीर्ष v_1 से शीर्ष v_6 तक लघुत्तम मार्ग दूरी ज्ञात कीजिए :

11. Draw the transition diagram of the following finite state machine :

निम्नलिखित परिमित अवस्था सारणी द्वारा निरूपित परिमित अवस्था मशीन के लिए संक्रमण आरेख ज्ञात कीजिए :

S \ I	f			g		
	0	1	10	0	1	10
S ₀	S ₁	S ₂	S ₅	0	0	1
S ₁	S ₂	S ₃	S ₆	0	1	1
S ₂	S ₃	S ₄	S ₆	1	0	10
S ₃	S ₄	S ₆	S ₆	0	1	10
S ₄	S ₅	S ₆	S ₃	1	0	10
S ₅	S ₄	S ₅	S ₆	0	0	0
S ₆	S ₁	S ₂	S ₅	1	1	1

12. Let (L, \leq) be a lattice with 1 and 0 as its upper and lower bounds then $\forall a \in L$, prove that :

(i) $a \vee 1 = 1$ and $a \wedge 1 = a$

(ii) $a \vee 0 = a$ and $a \wedge 0 = 0$

माना जालक (L, \leq) के ऊपरी तथा निम्न परिबन्ध 1 तथा 0 हैं तब प्रत्येक $\forall a \in L$ के लिए सिद्ध कीजिए :

(i) $a \vee 1 = 1$ तथा $a \wedge 1 = a$

(ii) $a \vee 0 = a$ तथा $a \wedge 0 = 0$

13. Determine the numeric function corresponding to each of the following generating function :

$$G(x) = \frac{1+x^3}{(1-x)^4}$$

निम्नलिखित जनक फलन के संगत संख्यांक फलन ज्ञात कीजिए :

$$G(x) = \frac{1+x^3}{(1-x)^4}$$