

MPH-02

June – Examination 2024

M.Sc. (Previous) Examination PHYSICS

(Mathematical Physics and
Numerical Analysis)

गणितीय भौतिकी एवं सांख्यिकी विश्लेषण

Paper : MPH-02

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 80

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. **You are allowed to use a non-programmable calculator, however sharing of calculators is not allowed.**

MPH-02/15

(1)

TT-87 Turn Over

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले केलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है, परन्तु केलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

Section-A

8×2=16

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

1. (i) For symmetric matrix, its elements a has relation :

$$a_{ij} = a_{xy}$$

What does x and y represent in terms of i and j ?

MPH-02/15

(2)

TT-87

एक सममित मेट्रिक्स जिसका अवयव a निम्न संबंध रखता है :

$$a_{ij} = a_{xy}$$

यहाँ x तथा y पदों i व j के रूप में क्या मान रखते हैं ?

- (ii) Use the spherical coordinate system to find the outer area of the strip $\alpha \leq \theta \leq \beta$ on the spherical shell of radius a .

गोलीय निर्देशांक निकाय का उपयोग करते हुए उस पट्टिका $\alpha \leq \theta \leq \beta$ का बाह्य क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जो कि एक गोलीय कोश पर है व गोलीय कोश की त्रिज्या a है।

- (iii) For the Legendre polynomial $P_n(x)$ write the value of :

$$\int_{-1}^1 P_2(x)P_3(x)dx$$

लिजेंड्रे बहुपद $P_n(x)$ के लिए निम्न का मान लिखिए :

$$\int_{-1}^1 P_2(x)P_3(x)dx$$

- (iv) What is the value of $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)dx$?

Here $\delta(x-a)$ is Dirac delta function.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a)dx \text{ का मान क्या होगा ? यहाँ}$$

$\delta(x-a)$ डिराक डेल्टा फलन है।

- (v) Find the Laplace transform of the following :

$$\frac{-3}{\sqrt{t}}$$

निम्न का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए :

$$\frac{-3}{\sqrt{t}}$$

- (vi) Evaluate the following function using Gamma function :

$$\frac{\Gamma(3)\Gamma(2.5)}{\Gamma(5.5)}$$

निम्न फलन का गामा फलन का उपयोग करते हुए मान ज्ञात कीजिए :

$$\frac{\sqrt[3]{2.5}}{\sqrt{5.5}}$$

(vii) For complex numbers :

$$\frac{3i^{30} - i^{19}}{2i - 1} = a + ib$$

Find the values of real numbers a and b .

सम्मिश्र संख्या के लिए :

$$\frac{3i^{30} - i^{19}}{2i - 1} = a + ib$$

वास्तविक संख्या a तथा b का मान ज्ञात कीजिए।

(viii) Represent the following complex number on graph :

$$6[\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ]$$

निम्न सम्मिश्र संख्या को ग्राफ में प्रदर्शित कीजिए :

$$6[\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ]$$

Section-B

4×8=32

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 8 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

2. A vector of magnitude 10 which points from $\left(5, \frac{5\pi}{4}, 0\right)$ in cylindrical coordinates towards the origin. Express the vector in Cartesian coordinates. एक सदिश जिसका परिमाण 10 है, यह बेलनाकार निर्देशांक में बिन्दु $\left(5, \frac{5\pi}{4}, 0\right)$ से मूल बिन्दु की तरफ इंगित कर रहा है, इस सदिश को कार्तीय निर्देशांक में व्यक्त कीजिए।

3. Given :

$$e^0 = 1, e^1 = 2.72, e^2 = 7.39,$$

$$e^3 = 20.09, e^4 = 54.60$$

Evaluate $\int_0^4 e^x dx$ by Simpson's 1/3 rule.

दिया है :

$$e^0 = 1, e^1 = 2.72, e^2 = 7.39,$$

$$e^3 = 20.09, e^4 = 54.60$$

सिम्पसन के 1/3 नियम से $\int_0^4 e^x dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

4. Construct an analytic function :

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

where

$$v(x, y) = 6xy - 5x + 3$$

Express the result as a function of z .

निम्न फलन को एनेलिटिक फलन के रूप में बनाइए :

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

जहाँ

$$v(x, y) = 6xy - 5x + 3$$

परिणाम को फलन z के रूप में व्यक्त कीजिए।

5. Evaluate $\int_0^1 f dx$ by dividing the range into four equal parts using Trapezoidal rule. Here :

x	0	0.25	0.5	0.75	1.0
f	1	0.9	0.6	0.4	0.2

समाकल $\int_0^1 f dx$ का मान परास को चार बराबर भागों में बाँटते

हुए ट्रेपेजोइडल नियम से ज्ञात कीजिए। यहाँ :

x	0	0.25	0.5	0.75	1.0
f	1	0.9	0.6	0.4	0.2

6. Find the eigenvalues and eigenvectors of the following matrix :

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

निम्न मैट्रिक्स के आइगेन मान तथा आइगेन सदिश ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

7. Solve :

$$z^2 (p + q) = x^2 + y^2$$

Here, symbols have usual meaning in partial differential equation.

हल कीजिए :

$$z^2 (p + q) = x^2 + y^2$$

यहाँ, आंशिक अवकल समीकरण में प्रतीकों के सामान्य प्रचलित अर्थ हैं।

8. Evaluate the following integral using Beta function :

$$\int_0^a y^4 \sqrt{a^2 - y^2} dy$$

निम्न समाकल को बीटा फलन का उपयोग करते हुए ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^a y^4 \sqrt{a^2 - y^2} dy$$

9. Find the Fourier transform of the slit function $f(x)$ defined as :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} & ; |x| \leq \varepsilon \\ 0 & ; |x| > \varepsilon \end{cases}$$

Also, determine the limit of this transform as $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0}$.

स्लिट फलन $f(x)$ का फुरिअर रूपांतर ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} & ; |x| \leq \varepsilon \\ 0 & ; |x| > \varepsilon \end{cases}$$

इस रूपांतर की सीमा $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0}$ के लिए ज्ञात कीजिए।

Section-C **2×16=32**

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 16 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंक का है।

10. (a) Use the cylindrical coordinate system to find the outer curved area of a right circular cylinder where radius $r = 2\text{m}$, height $h = 5\text{m}$ and $30^\circ \leq \phi \leq 120^\circ$.

(b) Find the coefficient A_k where $k = 1, 2, 3$

..... $H_k(x)$ is Hermite polynomial :

$$x^3 = \sum_{k=0}^{\infty} A_k H_k(x)$$

(अ) बेलनाकार निर्देशांक निकाय का उपयोग करते हुए एक

सीधे वृत्ताकार बेलन (जिसकी त्रिज्या $r = 2\text{m}$, ऊँचाई

$h = 5\text{m}$) के बाह्य वक्रीय पृष्ठ $30^\circ \leq \phi \leq 120^\circ$ का

क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ब) गुणांक A_k ज्ञात कीजिए, जहाँ $k = 1, 2, 3$

$$x^3 = \sum_{k=0}^{\infty} A_k H_k(x)$$

यहाँ $H_k(x)$ हर्मिट बहुपद है।

8,8

11. (a) Evaluate :

$$\int_C \bar{z} dz$$

from $z = 0$ to $z = 4 + 2i$ along the curve C given by $z = t^2 + it$.

(b) If function $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z+1)^2}$ then find the

residues at its poles.

(अ) वक्र C के अनुदिश निम्न समाकल को $z = 0$ से $z = 4 + 2i$ तक के लिए निम्न ज्ञात कीजिए :

$$\int_C \bar{z} dz$$

(ब) यदि फलन $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z+1)^2}$ है, तो इसके ध्रुवों

पर रेजीड्यू ज्ञात कीजिए। 8,8

12. Sketch the three dimensional region R bounded by :

$$x + y + z = a, x = 0, y = 0, z = 0,$$

Where :

$$a > 0$$

Also give the physical interpretation of the integral :

$$\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

Also, evaluate the integral :

$$\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

त्रिविमीय क्षेत्र R को चित्रित कीजिए जो कि निम्न वक्र द्वारा परिबद्ध है :

$$x + y + z = a, x = 0, y = 0, z = 0,$$

जहाँ :

$$a > 0$$

निम्न समाकल की भौतिक महत्ता दीजिए :

$$\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

व समाकल को भी ज्ञात कीजिए :

$$\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

16

13. Expand :

$$f(x) = \{x \ ; \ 0 < x < 2$$

in the half range :

(a) Sine Series

(b) Cosine Series

अर्ध परास :

$$f(x) = \{x \ ; \ 0 < x < 2$$

में विस्तारित कीजिए :

(अ) Sine श्रेणी

(ब) Cosine श्रेणी

8,8