MT–09

June – Examination 2023

B.A./B.Sc. (Part III) Examination

MATHEMATICS

(Mechanics)

Paper : MT–09

*Time : **3** Hours*] [*Maximum Marks : **46***

Note :– The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section–A 6×1=6

(Very Short Answer Type Questions)

Note :– Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Define terminal velocity.

अन्तिम वेग को परिभाषित कीजिए।

(ii) Statement of Lami's theorem.

लामी प्रमेय का कथन लिखिए।

(iii) Define Hook's Law.

हुक के नियम को परिभाषित कीजिए।

(iv) Define Angle of Fraction.

घर्षण-कोण को परिभाषित कीजिए।

(v) Define Common Catenary.

सामान्य केटिनरी को परिभाषित कीजिए।

(vi) Find resultant of forces of weights 10 kg and 15 kg. which are active on 60° angle.

10 व 15 किग्रा भार के बलों का परिणामी ज्ञात कीजिए जो 60° कोण पर क्रियाशील हैं।

Section–B 4×5=20

(Short Answer Type Questions)

Note :– Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Find the moment of inertia of a right circular solid cone of mass M, height h and radius of the base is a.

   M द्रव्यमान, h ऊँचाई और आधार की त्रिज्या a वाले लम्बवृत्तीय ठोस शंकु का इसके सापेक्ष जड़त्व-आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

3. A uniform rod rests in a vertical plane within a fixed hemispherical bowl whose radius is equal to the length of the rod. If μ is the coefficient of friction between the rod and bowl, show that in limiting equilibrium the inclination of the rod to the horizontal is $\tan^{-1}[4\mu/(3-\mu^2)]$.

   कोई एकसमान छड़ किसी ऊर्ध्वाधर समतल में किसी स्थिर अर्द्धगोलीय प्याले में स्थित है जिसकी त्रिज्या छड़ की लम्बाई के बराबर है। यदि छड़ और प्याले के मध्यस्थ घर्षण गुणांक μ हो तो सिद्ध कीजिए कि सीमान्त सन्तुलन में छड़ का क्षैतिज से झुकाव $\tan^{-1}[4\mu/(3-\mu^2)]$ होगा।

4. State Keplar's laws of motion.

   केप्लर के गति सम्बन्धी नियमों को परिभाषित कीजिए।

5. Find the centre of gravity of a thin uniform hemispherical shell.

   एक समान पतले अर्द्धगोलीय कोश का गुरुत्व केन्द्र ज्ञात कीजिए।

6. Define a simple harmonic motion. Show that S.H.M. is periodic and its period is independent of the amplitude.

   सिम्पल हारमोनिक मोशन की परिभाषा लिखिए। दिखाइए यह पीरियोडिक होता है और इसकी अवधि आयाम से स्वतन्त्र है।

7. Find the null point of the plane

$$x + y + z = 0$$

for the force system (x, y, z; L, M, N).

निम्नलिखित समतल के लिए नल प्वाइंट ज्ञात कीजिए

$$x + y + z = 0$$

जबकि फोर्स सिस्टम (x, y, z; L, M, N) हैं।

8. If V_1 and V_2 are the linear velocities of a planet when it is respectively nearest and farthest from the sun, prove that :

$$(1 - e)\, V_1 = (1 + e)\, V_2.$$

यदि V_1 और V_2 एक प्लैनेट की लिनियर वैलोसिटी हैं, जब वह क्रमशः सूर्य से निकटतम और सबसे दूर है। तब सिद्ध कीजिए :

$$(1 - e)\, V_1 = (1 + e)\, V_2$$

9. Show that for a common catenary :

$$x = c \log\left(\frac{y + s}{c}\right).$$

कॉमन कैटनरी के लिए दिखाइए :

$$x = c \log\left(\frac{y + s}{c}\right)$$

Section–C **2×10=20**

(Long Answer Type Questions)

Note :– Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. Prove that the necessary and sufficient condition for the equilibrium of any hard body under the action of many coaxial forces is that the algebraic sum of the imaginary works done by the forces in some small hypothetical displacement, which is inhibitory with the geometrical restrictions of the body is zero.

सिद्ध कीजिए कि अनेक समतलीय बलों की क्रियाओं के अन्तर्गत किसी दृढ़ पिण्ड के संतुलन हेतु आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध यह है कि किसी लघुकल्पित विस्थापन में, जो निकाय के ज्यामितीय प्रतिबन्धों के साथ में अवरोधी है, बलों द्वारा संपादित किए गए कल्पित कार्यों का बीजीय योग शून्य है।

11. Describe motion of a particle on the inside of a smooth vertical circle.

एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त के अन्त:तल पर कण की गति की विवेचना कीजिए।

12. A body is placed on a rough plane inclined to the horizon at an angle greater than the angle of friction and is supported by a force acting in a vertical plane through the line of greatest scope, to find the limits between which the force must lie.

एक पिण्ड रूक्ष आनत समतल पर रखा है, जिसका क्षैतिज से कोण घर्षण कोण से अधिक है। यह एक ऐसे बल द्वारा रोका हुआ है जो ऊर्ध्वाधर समतल में महत्तम ढाल रेखा के अनुदिश है। वे सीमाएँ ज्ञात कीजिए जिनके मध्य वह बल है।

13. Derive equation of Central orbit in (i) Reciprocal polar form (ii) Pedal form.

सकेन्द्र कक्षा की समीकरण (i) व्युत्क्रम ध्रुवी रूप (ii) पदिक रूप में व्युत्पन्न कीजिए।