

**MT-05**

**June – Examination 2023**

**B.A./B.Sc. (Part II) Examination**

**MATHEMATICS**

**(Differential Equations)**

**Paper : II (MT-05)**

*Time : 3 Hours ]*

*[ Maximum Marks : 47*

**Note :-** The question paper is divided into three Sections A, B and C. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

**निर्देश :-** यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

**Section-A**

**7×1=7**

**(Very Short Answer Type Questions)**

**Note :-** Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 1 mark.

*MT-05/8*

( 1 )

**T-295** Turn Over

**खण्ड—अ**

**(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश :-** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Solve :

$$(e^x + 1) \cos x dx + e^y \sin x dy = 0$$

हल कीजिए :

$$(e^x + 1) \cos x dx + e^y \sin x dy = 0$$

(ii) Solve :

$$\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

हल कीजिए :

$$\frac{dy}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = 0$$

(iii) Solve :

$$\frac{dx}{dy} - \frac{x}{y} = 2y^2$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{dy} - \frac{x}{y} = 2y^2$$

*MT-05/8*

( 2 )

**T-295**

(iv) Test given equation to be exact.

दिए गए समीकरण की यथार्थता की जाँच कीजिए :

$$y \sin 2x dx - (1 - y^2 + \cos^2 x) dy = 0$$

(v) Solve :

$$(y - px)(p - 1) = p$$

हल कीजिए :

$$(y - px)(p - 1) = p$$

(vi) Solve :

$$(D^3 - 3D + 2)y = 0$$

हल कीजिए :

$$(D^3 - 3D + 2)y = 0$$

(vii) Solve :

$$r - 4s + 4t = 0$$

हल कीजिए :

$$r - 4s + 4t = 0$$

**Section-B**

**4×5=20**

**(Short Answer Type Questions)**

**Note** :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

MT-05/8

( 3 )

**T-295** Turn Over

**खण्ड—ब**

**(लघु उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश :-** किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Solve :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

हल कीजिए :

$$\left(\frac{dy}{dx}\right) + x \sin 2y = x^3 \cos^2 y$$

3. Solve :

$$y = 2px + y^2p^3$$

हल कीजिए :

$$y = 2px + y^2p^3$$

4. Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 5y = \sin 3x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + 5y = \sin 3x$$

MT-05/8

( 4 )

**T-295**

5. Solve :

$$\frac{dx}{\cos(x+y)} = \frac{dy}{\sin(x+y)} = \frac{dz}{z}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{\cos(x+y)} = \frac{dy}{\sin(x+y)} = \frac{dz}{z}$$

6. Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + y = \frac{\sin 2x}{x}$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{dy}{dx} + y = \frac{\sin 2x}{x}$$

7. Solve :

$$x^4 \frac{d^2y}{dx^2} + x^2(x-1) \frac{dy}{dx} + xy = x^3 - 4$$

हल कीजिए :

$$x^4 \frac{d^2y}{dx^2} + x^2(x-1) \frac{dy}{dx} + xy = x^3 - 4$$

8. Solve by method of variation of parameters :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = x$$

प्राचल विचरण विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = x$$

9. Find integral surface of partial differential equation

$(x+y)p + (y-x-z)q = z$  which contains curve  $x^2 + y^2 = 1, z = 1$ .

आंशिक अवकल समीकरण  $(x+y)p + (y-x-z)q = z$  के समाकल पृष्ठ को ज्ञात कीजिये जिसमें वक्र  $x^2 + y^2 = 1, z = 1$  विद्यमान है।

**Section-C**

**2×10=20**

**(Long Answer Type Questions)**

**Note :-** Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

**खण्ड—स**

**(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश :-** किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. (a) Solve :

$$y - x \frac{dy}{dx} = x + y \frac{dy}{dx}$$

हल कीजिए :

$$y - x \frac{dy}{dx} = x + y \frac{dy}{dx}$$

(b) Solve :

$$\left\{ y \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \cos y \right\} dx + \{ x + \log x - x \sin y \} dy = 0$$

हल कीजिए :

$$\left\{ y \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \cos y \right\} dx + \{ x + \log x - x \sin y \} dy = 0$$

11. (a) Solve :

$$4p^3 + 3px = y$$

हल कीजिए :

$$4p^3 + 3px = y$$

(b) Solve :

$$(x^2 D^2 + xD + 1)y = \log x \cdot \sin(\log x)$$

हल कीजिए :

$$(x^2 D^2 + xD + 1)y = \log x \cdot \sin(\log x)$$

12. (a) Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} + 2y = \cos x$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - \cot x \frac{dy}{dx} + 2y = \cos x$$

(b) Solve :

$$(1+x^2)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

हल कीजिए :

$$(1+x^2)^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + 2x(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 4y = 0$$

13. (a) Solve by Charpit method :

$$z^4 p^2 + z^2 q^2 - 1 = 0$$

शार्पी विधि से हल कीजिए :

$$z^4 p^2 + z^2 q^2 - 1 = 0$$

(b) Solve :

$$(D^3 - 4D^2 D' + 5DD'^2 - 2D'^3) z$$

$$= e^{y+2x} + \sqrt{x+y}$$

हल कीजिए :

$$(D^3 - 4D^2 D' + 5DD'^2 - 2D'^3) z$$

$$= e^{y+2x} + \sqrt{x+y}$$