

MT-01

June – Examination 2023

B.A./B.Sc. (Part I) Examination

MATHEMATICS

(Discrete Mathematics)

Paper : MT-01

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 47

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section-A

7×1=7

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

MT-01/8

(1)

T-291 Turn Over

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Define difference of a set.
समुच्चय के अन्तर को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Define antisymmetric relation.
प्रतिसममित सम्बन्ध को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Define Boolean Algebra.
बुलीय बीजगणित को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Define an Euler graph.
आयलर ग्राफ को परिभाषित कीजिए।
- (v) Define eccentricity of vertex of a graph.
ग्राफ के शीर्ष की उत्केन्द्रता ज्ञात कीजिए।
- (vi) Define incidence matrix.
आपतन आव्यूह को परिभाषित कीजिए।
- (vii) How many different words can be formed from the letters of the word Independence ?
Independence शब्द के अक्षरों से कितने शब्द बनाये जा सकते हैं ?

MT-01/8

(2)

T-291

Section-B**4×5=20****(Short Answer Type Questions)**

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

खण्ड—ब**(लघु उत्तरीय प्रश्न)**

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. If A, B, C and D are any four sets, then prove that :

यदि A, B, C तथा D कोई चार समुच्चय हैं, तब सिद्ध कीजिए कि :

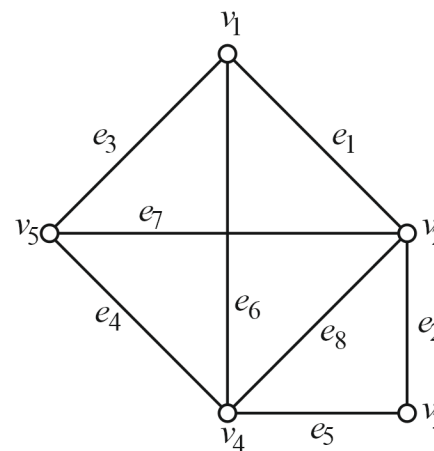
$$(A \times B) \cap (C \times D) = (A \cap C) \times (B \cap D).$$

3. Prove that $G = \{1, -1, i, -i\}$ is an abelian group for multiplication.

सिद्ध कीजिए कि $G = \{1, -1, i, -i\}$ गुणन सक्रिया के लिए आबेली ग्रुप है।

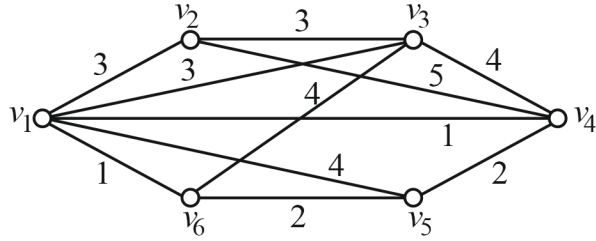
4. Find the adjacency matrix of the following simple graph :

निम्न सरल ग्राफ का आसन्न आव्यूह ज्ञात कीजिए :



5. Find the minimal spanning trees for the weighted graph shown in the following figure using Krushkal method :

आगे दिए गए चित्र में प्रदर्शित भारित ग्राफ के लिए कृष्कल विधि के अन्तर्गत न्यूनतम जनक वृक्ष ज्ञात कीजिए :



6. Prove that K_5 is not planar graph.

सिद्ध कीजिए K_5 एक समतलीय ग्राफ नहीं है।

7. Determine the numeric function corresponding to generating function :

निम्न जनक फलनों के संगत संख्यांक फलन ज्ञात कीजिए :

$$G(x) = \frac{1}{12 - 7x + x^2}.$$

8. If $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ is a boolean algebra then, prove that :

(i) $0' = 1$

(ii) $1' = 0$

यदि $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ एक बूलीय बीजगणित है, तब सिद्ध कीजिए :

(i) $0' = 1$

(ii) $1' = 0$

9. Give examples of the relation defined on a set $A = \{1, 2, 3, 4\}$, that are :

(i) Symmetric and transitive but not reflexive.

(ii) Reflexive but not symmetric and not transitive.

(iii) Neither reflexive nor symmetric nor transitive.

(iv) Reflexive, symmetric and transitive.

समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 4\}$ पर परिभाषित ऐसे सम्बन्ध के उदाहरण दीजिए जो :

(i) सममित तथा संक्रामक हैं परन्तु स्वतुल्य नहीं हैं।

(ii) सममित है परन्तु सममित एवं संक्रामक नहीं।

(iii) स्वतुल्य, सममित तथा संक्रामक कोई भी नहीं है।

(iv) सममित, स्वतुल्य एवं संक्रामक है।

Section-C

2×10=20

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer any two questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 10 marks.

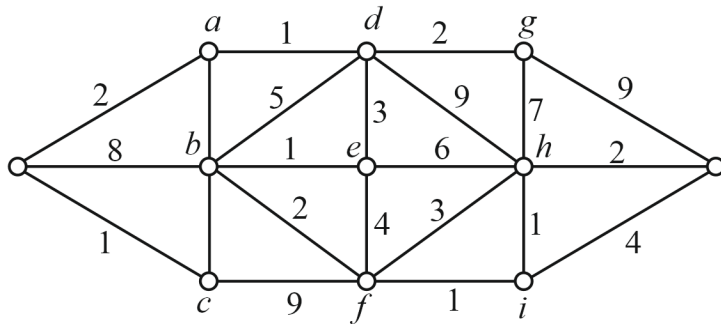
खण्ड-स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. Find the shortest path from the vertex s to vertex t in the following weighted graph :

निम्न भारत ग्राफ में शीर्ष s से शीर्ष t तक लघुतम पथ ज्ञात कीजिए :



11. Find the disjunctive normal form of the following Boolean function :

निम्न बूलिय फलन का वियोजी प्रसामान्य रूप ज्ञात कीजिए :

$$f(x_1, x_2, x_3) = [(x_1' + x_2') + (x_2' + x_3)'] + x_2 \cdot x_3$$

12. Let (L, \leq) be a lattice with 1 and 0 as its upper and lower bounds, then prove that for any $a \in L$.

(i) $a \vee 1 = 1$ and $a \wedge 1 = a$

(ii) $a \vee 0 = a$ and $a \wedge 0 = 0$

माना जालक (L, \leq) के ऊपरी तथा निम्न परिबन्ध 1 तथा 0 हैं, तब सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक $a \in L$ के लिए :

(i) $a \vee 1 = 1$ तथा $a \wedge 1 = a$

(ii) $a \vee 0 = a$ तथा $a \wedge 0 = 0$.

13. Solve the recurrence relation :

पुनरावर्ती सम्बन्ध को हल कीजिए :

$$a_r - 6a_{r-1} + 9a_{r-2} = r \cdot 2^r.$$