MT–03

June – Examination 2023

B.A./B.Sc. (Part I) Examination

MATHEMATICS

(Co-ordinate Geometry and Mathematical Programming)

Paper : MT–03

*Time : **3** Hours*] [*Maximum Marks : **46***

Note :– The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटीफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section–A 6×1=6

(Very Short Answer Type Questions)

Note :– Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

खण्ड–अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Write Mathematical definition of conic section.

शांकव परिच्छेद की गणितीय परिभाषा लिखिए।

(ii) Write an Equation of a Sphere through a given circle.

एक दिये हुए वृत्त से गुजरने वाले गोले का समीकरण बताइए।

(iii) Find the radius of circle $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$, $x + y + z = 1$

वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$, $x + y + z = 1$ की त्रिज्या ज्ञात कीजिये।

(iv) Define a Reciprocal cone.

व्युत्क्रम शंकु को परिभाषित कीजिए।

(v) Define optimal solution of linear programming problem.

रैखिक प्रोग्रामन समस्या के इष्टतम हल को परिभाषित कीजिये।

(vi) State reduction theorem for assignment problem.

नियतन समस्याओं के लिए समानयन प्रमेय का कथन कीजिये।

Section–B 4×5=20

(Short Answer Type Questions)

Note :– Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Prove that a general equation of second degree always represents a conic.

सिद्ध कीजिये कि एक व्यापक द्विघाती समीकरण सदैव एक शांकव को निरूपित करता है।

3. Find centre and radius of circle $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11$, $x + 2y + 2z = 15$

वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 4z = 11$, $x + 2y + 2z = 15$ का केन्द्र व त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

4. Prove that cone whose vertex is origin, is quadratic in x, y, z.

सिद्ध कीजिए कि उस शंकु का समीकरण जिसका शीर्ष मूल बिन्दु है, x, y, z में समद्विघाती होता है।

5. Find the equation of the tangent plane at a point $P(\alpha, \beta, \gamma)$ of the central conicoid $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$.

संकेन्द्र शांकवज $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ के किसी बिन्दु $P(\alpha, \beta, \gamma)$ पर स्पर्श-तल का समीकरण ज्ञात कीजिये।

6. Find the equation of such intersection of central conicoid $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ whose centre is (α, β, γ).

संकेन्द्र शांकवज $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$ के ऐसे परिच्छेद का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका केन्द्र बिन्दु (α, β, γ) पर हो।

7. Find surface shown by surface $4x^2 + 9y^2 + 36z^2 - 36yz + 24xz - 12xy - 10x + 15y - 30z + 6 = 0$.

समीकरण $4x^2 + 9y^2 + 36z^2 - 36yz + 24xz - 12xy - 10x + 15y - 30z + 6 = 0$ द्वारा प्रदर्शित पृष्ठ ज्ञात कीजिये।

8. Prove that set of all convex combinations of finite points is a convex set.

सिद्ध कीजिये कि परिमित बिन्दुओं के सभी अवमुख संचयों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय होता है।

9. Find the dual problem of the following linear programming problem.

Max $Z_P = 3x_1 + 4x_2$

S.T. $x_1 + x_2 \geq 4$

$-x_1 + 3x_2 \geq -4$

and $x_1, x_2 \geq 0$

निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या के संगत द्वैती समस्या ज्ञात कीजिए :

अधिकतम $Z_P = 3x_1 + 4x_2$

प्रतिबन्ध $x_1 + x_2 \geq 4$

$-x_1 + 3x_2 \geq -4$

तथा $x_1, x_2 \geq 0$

Section–C 2×10=20

(Long Answer Type Questions)

Note :– Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. (a) Find equation of tangent planes of sphere $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$ Which intersects in lines $6x - 3y - 23 = 0 = 3z + 2$.

गोले $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 7 = 0$ के उन स्पर्श समतलों के समीकरण ज्ञात कीजिये जो रेखा $6x - 3y - 23 = 0 = 3z + 2$ में प्रतिच्छेद करते हैं।

(b) Prove that every sphere passes through circle $x^2 + y^2 - 2ax + r^2 = 0$, $z = 0$ cut orthogonally every sphere which passes through circle $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, $y = 0$.

सिद्ध कीजिए कि वृत्त $x^2 + y^2 - 2ax + r^2 = 0$, $z = 0$ से गुजरने वाला प्रत्येक गोला वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$, $y = 0$ से गुजरने वाले प्रत्येक गोले को लाम्बिक रूप से काटता है।

11. (a) Find the equation of right circular cylinder whose axis passes through point (2, 1, 0) and direction ratio are 2, 1 and 3. Cylinder passes through point (0, 0, 1).

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका अक्ष बिन्दु (2, 1, 0) से गुजरता है तथा दिक् अनुपात 2, 1 और 3 हैं। बेलन बिन्दु (0, 0, 1) से गुजरता है।

(b) Find length of normal chord drawn from point $P(\alpha, \beta, \gamma)$ on ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$.

दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ पर बिन्दु P(α, β, γ) से खींचे गये अभिलम्ब जीवा की लम्बाई ज्ञात कीजिये।

12. Solve the following linear programming problem by simplex method :

Max $Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$

Such that $2x_1 + 3x_2 \leq 8$

$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 15$

$2x_2 + 5x_3 \leq 10$

and $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिए :

अधिकतम $Z = 3x_1 + 5x_2 + 4x_3$

प्रतिबन्ध $2x_1 + 3x_2 \leq 8$

$3x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 15$

$2x_2 + 5x_3 \leq 10$

तथा $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

13. (i) Solve the assignment problem :

नियतन समस्या को हल कीजिये :

कार्य \ व्यक्ति	I	II	III
A	9	26	15
B	13	27	6
C	35	20	15
D	18	30	20

(ii) Find basic feasible solution of the following transportation problem by lowest cost entry method :

निम्नलिखित परिवहन समस्या का न्यूनतम लागत प्रविष्टि विधि द्वारा प्रारम्भिक आधारी सुसंगत हल ज्ञात कीजिए :

उद्गम स्थान से	गन्तव्य स्थान को				उपलब्ध इकाइयाँ
	D_1	D_2	D_3	D_4	
Q_1	19	30	50	10	$a_1 = 7$
Q_2	70	30	40	60	$a_2 = 9$
Q_2	40	8	70	20	$a_3 = 18$
माँग	$b_1 = 5$	$b_2 = 8$	$b_3 = 7$	$b_4 = 14$	34/34