

MPH–02

June – Examination 2023

**M.Sc. (Previous) Examination
PHYSICS****(Mathematical Physics and
Numerical Analysis)**

गणितीय भौतिकी एवं सांख्यिकी विश्लेषण

Paper : MPH-02

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 80

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. **You are allowed to use a non-programmable calculator, however sharing of calculators is not allowed.**

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है, परन्तु कैलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

- (i) Plot the function $f(x) = x(\pi - x)$ where $0 < x < \pi$, here period is π for Fourier series.
फलन $f(x) = x(\pi - x)$ को चित्रित कीजिए जहाँ $0 < x < \pi$ यहाँ फोरियर श्रेणी के लिए आवर्त π है।

(ii) $\frac{z+3}{z^2(z-1)^2(z+1)}$ has a pole of order 2 at

$z = a$, also a simple pole at $z = b$. Write the values of a and b .

फलन $\frac{z+3}{z^2(z-1)^2(z+1)}$ के $z = a$ ध्रुव पर 2 कोटि

का है व $z = b$ पर साधारण ध्रुव है तो a तथा b के मान लिखिए।

(iii) Find the residue of $\frac{\sin z}{(1-z^4)}$ at $z = i$.

$\frac{\sin z}{(1-z^4)}$ के $z = i$ पर रेजिडुए ज्ञात कीजिए।

(iv) Write $z = -1 - i$ in polar form.

$z = -1 - i$ को ध्रुवीय रूप में लिखिए ।

(v) If matrix is $M = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$

Identify the name of matrix M^2

यदि मैट्रिक्स $M = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ है तो मैट्रिक्स M^2 के नाम

की पहचान कीजिए।

(vi) Suppose that the temperature T at point

(x, y, z) is given by equation $T = x^2 - y^2 +$

$xyz + 273$. In which direction the temperature

increasing most rapidly at $(-1, 2, 3)$?

तापमान T का बिन्दु (x, y, z) पर मान निम्न समीकरण

से दिया जाता है $T = x^2 - y^2 + xyz + 273$

बिन्दु $(-1, 2, 3)$ पर किस दिशा में ताप सर्वाधिक तेजी

से बढ़ेगा ?

(vii) $dr = \frac{\vec{A} \cdot d\vec{r}}{r}$ here \vec{r} is position vector. What does \vec{A} represent ?

यदि $dr = \frac{\vec{A} \cdot d\vec{r}}{r}$ यहाँ स्थिति सदिश \vec{r} है। यहाँ \vec{A} क्या प्रदर्शित करता है ?

(viii) Represent the point $(x, y, z) = (-1, \sqrt{3}, -2)$ in cylindrical coordinates (r, ϕ, z) .

बिन्दु $(x, y, z) = (-1, \sqrt{3}, -2)$ को बेलनाकार निर्देशांकों (r, ϕ, z) में व्यक्त कीजिए।

Section-B

4×8=32

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 8 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

2. Explain $f(x) = x, 0 < x < 2$ in half range Fourier sine series.

फलन $f(x) = x, 0 < x < 2$ को अर्ध-परास फोरिअर sine श्रेणी में विस्तार कीजिए।

3. Find the residues of function $f(z) = \frac{z}{(2z+1)(5-z)}$ at its poles.

फलन $f(z) = \frac{z}{(2z+1)(5-z)}$ के ध्रुवों पर रेजिड्युए ज्ञात कीजिए।

4. If matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix}$$

Then find the matrix :

$$f(A) = 3 - 2A^2 - A^3 - 5A^4 + A^6$$

यदि मैट्रिक्स :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & -1 \end{bmatrix}$$

है तो मैट्रिक्स $f(A) = 3 - 2A^2 - A^3 - 5A^4 + A^6$ ज्ञात कीजिए।

5. Consider the equation $\sin x + x^2 - 1 = 0$. Find the roots of the equation from Newton-Raphson method.

समीकरण $\sin x + x^2 - 1 = 0$ पर विचार कीजिए। न्यूटन-

रेफसन विधि से समीकरण के मूल ज्ञात कीजिए।

6. Find the Fourier transform for :

$$\psi(x) = \begin{cases} e^{ik_0x} & ; -a \leq x \leq a \\ 0 & ; |x| > a \end{cases}$$

Also plot its Fourier transform $\phi(k)$ with k .

निम्न के लिए फोरिअर रूपान्तर ज्ञात कीजिए :

$$\psi(x) = \begin{cases} e^{ik_0x} & ; -a \leq x \leq a \\ 0 & ; |x| > a \end{cases}$$

इसका फोरिअर रूपान्तर $\phi(k)$ भी k के साथ चित्रित कीजिए।

7. Given :

$$f(z) = \begin{cases} \frac{(z^*)^2}{z} & ; z \neq 0 \\ 0 & ; z = 0 \end{cases}$$

Here $z^* = x - iy$

Check that at $z = 0$ Cauchy-Riemann conditions are satisfied or not ?

दिया है :

$$f(z) = \begin{cases} \frac{(z^*)^2}{z} & ; z \neq 0 \\ 0 & ; z = 0 \end{cases}$$

यहाँ $z^* = x - iy$

यह जांचिए कि $z = 0$ पर कॉशी-रिमान शर्तें संतुष्ट होती हैं अथवा नहीं ?

8. For function :

$$\phi(x) = \begin{cases} 0 & ; x \geq 4 \\ -1 & ; 2 < x < 4 \\ 3 & ; 0 < x < 2 \end{cases}$$

Obtain Laplace transform of $\phi(x)$

फलन $\phi(x)$ के लिए लाप्लास रूपांतर ज्ञात कीजिए :

$$\phi(x) = \begin{cases} 0 & ; x \geq 4 \\ -1 & ; 2 < x < 4 \\ 3 & ; 0 < x < 2 \end{cases}$$

9. Solve $z^2(p + q) = x^2 + y^2$. Here symbols have usual meaning in partial differential equation.

$z^2(p + q) = x^2 + y^2$ हल कीजिए। यहाँ आंशिक अवकल समीकरण में प्रतीकों के सामान्य प्रचलित अर्थ हैं।

Section-C**2×16=32****(Long Answer Type Questions)**

Note :- Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 16 marks.

खण्ड—स**(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)**

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंक का है।

10. (a) A particle moves in the (x, y) plane so that its position (x, y) as a function of time t is given by $z = x + iy = \frac{i+2t}{t-i}$. Find the magnitude of its velocity.

एक कण तल (x, y) में गति कर रहा है ताकि इसकी स्थिति (x, y) समय t का फलन के रूप में निम्न तरह से दिया जा रहा है $z = x + iy = \frac{i+2t}{t-i}$ इसके वेग का परिमाण ज्ञात कीजिए।

(b) For matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

Find the eigen values and eigen vectors.

मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$ है तो आइगेन मान तथा आइगेन

सदिश ज्ञात कीजिए।

8+8

11. Given :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; 0 < x < l \\ 1 & ; l < x < 2l \end{cases}$$

Expand $f(x)$ in Fourier series of period $2l$. Also plot the function $f(x)$.

यहाँ दिया गया है :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; 0 < x < l \\ 1 & ; l < x < 2l \end{cases}$$

फलन $f(x)$ को आवर्त $2l$ के लिए फोरिअर श्रेणी में विस्तार कीजिए। फलन को $f(x)$ भी चित्रित कीजिए।

12. (a) Evaluate the integral :

$$\int_C \frac{dz}{(z - z_0)^{n+1}}$$

Where C is a circle of radius r and center at z_0 and n is an integer.

निम्न समाकल ज्ञात कीजिए :

$$\int_C \frac{dz}{(z - z_0)^{n+1}}$$

जहाँ C एक वृत्त है जिसकी त्रिज्या r है तथा z_0 केन्द्र है जहाँ n पूर्णांक है।

(b) Check that whether the following relation is

true or not :

$$J_3(x) = \left(\frac{8}{x^2} - 1 \right) J_1(x) - \frac{4}{x} J_0(x)$$

You can use :

$$J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} J_n(x) - J_{n-1}(x)$$

यह जांचिए कि निम्न सम्बन्ध सत्य है अथवा नहीं ?

$$J_3(x) = \left(\frac{8}{x^2} - 1 \right) J_1(x) - \frac{4}{x} J_0(x)$$

आप :

$$J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} J_n(x) - J_{n-1}(x)$$

का उपयोग कर सकते हो।

8+8

13. Using complex analysis method, evaluate :

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 - 2\cos\theta + \sin\theta}$$

सम्मिश्र विश्लेषण विधि का उपयोग करते हुए निम्न ज्ञात कीजिए

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{3 - 2\cos\theta + \sin\theta}$$