MPH–01

June – Examination 2023

M.Sc. (Previous) Examination

PHYSICS

(Classical Mechanics and Statistical Physics)

चिरसम्मत यांत्रिकी एवं सांख्यिकी भौतिकी

Paper : MPH-01

*Time : **3** Hours*] [*Maximum Marks : **80***

Note :– The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Calculators are not allowed.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जाएगा। केलकुलेटर की अनुमति नहीं है।

Section–A 8×2=16

(Very Short Answer Type Questions)

Note :– Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 2 marks.

खण्ड–अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

1. (i) Write the mathematical form of Gibbs' distribution function.

गिब्स वितरण फलन का गणितीय रूप लिखिए।

(ii) Find the value of the Poisson bracket $[p, p^2]$ by writing all main steps.

सभी मुख्य पदों को लिखते हुए पॉइसन ब्रेकिट $[p, p^2]$ का मान ज्ञात कीजिए।

(iii) What do you understand by White dwarf star ?

श्वेत बौने तारे से आपका क्या तात्पर्य है ?

(iv) Write the relation among the principal moments of inertia I_1, I_2 and I_3 of a homogenous solid sphere.

एक समांग ठोस गोले के मुख्य जड़त्व आघूर्ण I_1, I_2 तथा I_3 के मध्य सम्बन्ध लिखिए।

(v) What do you mean by Bose-Einstein condensation ?

बोस-आइंस्टीन संघनन से आपका क्या तात्पर्य है ?

(vi) Write down the Hamilton-Jacobi equation.

हेमिल्टन-जेकोबी समीकरण लिखिए।

(vii) If potential energy of particle of mass m in one dimensional motion is :

$$U(y) = \frac{5}{2}\alpha y^2 + \frac{9}{2}\beta y + 7$$

Here α and β are constants. What is the angular frequency of oscillation ?

एक कण जिसका द्रव्यमान m है उसकी एक विमीय गति में स्थितिज ऊर्जा

$$U(y) = \frac{5}{2}\alpha y^2 + \frac{9}{2}\beta y + 7$$

है जहाँ α तथा β अचर हैं। इसके दोलन की कोणीय आवृति क्या होगी ?

(viii) In Maxwell-Boltzmann system with three states of energy ε, 2ε and 4ε respectively and degeneracy of 4 for each, then write the partition function for given system

मेक्सवेल-बोल्ट्जमेन निकाय में तीन ऊर्जा अवस्थाएँ ε, 2ε तथा 4ε हैं तथा प्रत्येक की अपभ्रष्टता 4 है तो दिए गए निकाय के लिए संवितरण फलन ज्ञात कीजिए।

Section–B 4×8=32

(Short Answer Type Questions)

Note :– Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 8 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

2. Using Hemilton equation find the time period of compound pendulum.

पिंड लोलक का आवर्तकाल हेमिल्टन समीकरण का उपयोग करते हुए ज्ञात कीजिए।

3. Obtain the law of conservation of energy from the principle of homogeneity of time.

समय की समांगता के सिद्धांत से ऊर्जा संरक्षण नियम प्राप्त कीजिए।

4. Determine the effective cross-section for particle of mass m_1 to strike a sphere of mass m_2 and radius R to which they are attracted in accordance with Newton's law.

एक कण जिसका द्रव्यमान m_1 है जो कि द्रव्यमान m_2 व त्रिज्या R के गोले से टकराता है तो प्रभावी काट क्षेत्र ज्ञात कीजिए। यहाँ दोनों न्यूटन के नियम के अनुसार आकर्षित होते हैं।

5. Find the partition function for N weakly coupled harmonic oscillators.

दुर्बल रूप से युग्मित N दोलित्रों का संवितरण फलन ज्ञात कीजिए।

6. A particle of mass m moves inside a bowl. If the surface of the bowl is given by the equation $z=\frac{1}{2}a\left(x^2+y^2\right)$, where a is a constant, find the Lagrangian of the particle in cylindrical coordinates. Here z is the height.

एक कण जिसका द्रव्यमान m है वह प्याले के अन्दर गति कर रहा है। यदि प्याले की सतह $z=\frac{1}{2}a\left(x^2+y^2\right)$ समीकरण द्वारा दी जाती है, जहाँ a अचर है तो कण का लेग्रंजियन बेलनाकार निर्देशांकों में ज्ञात कीजिए। यहाँ z ऊँचाई है।

7. Find the law of transformation of the action $S=\int L(q,\dot{q},t)\,dt$ from one inertial frame to another where L is the Lagrangian of the system.

एक जड़त्वीय फ्रेम से दूसरे फ्रेम में एक्सन $S=\int L(q,\dot{q},t)\,dt$ के रूपान्तरण के नियम को ज्ञात कीजिए।

8. What do you mean by grand canonical ensemble ? Explain it.

बृहत् एन्सेम्बल से आपका क्या तात्पर्य है ? इसे समझाइए।

9. Consider the motion of a particle in a central field. Using Lagrangian, show that the sectorial velocity of the particle is constant.

एक कण की गति को केंद्रीय बल के अंतर्गत लीजिए। लेग्रंजियन का उपयोग करते हुए यह दर्शाइए की कण का क्षेत्रीय वेग अचर होता है।

Section–C 2×16=32

(Long Answer Type Questions)

Note :– Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 16 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंक का है।

10. Define Bose-Einstein statistics and arrive at the following BE distribution function :

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{1}{\exp(\alpha + \beta\varepsilon_i) - 1}$$

बोस-आइंस्टीन सांख्यिकी परिभाषित कीजिए तथा निम्न BE वितरण फलन को प्राप्त कीजिए :

$$\frac{n_i}{g_i} = \frac{1}{\exp(\alpha + \beta\varepsilon_i) - 1}$$

11. Determine the period of oscillations of a simple pendulum (a particle of mass m suspended by a string of length l in a gravitational field) as a function of the amplitude of the oscillations.

गुरुत्वीय क्षेत्र में एक कण जिसका द्रव्यमान m है इसको l लम्बाई की रस्सी से निलम्बित किया जाता है इस सरल दोलित्र के आवर्तकाल को आयाम के पदों में ज्ञात कीजिए ।

12. A rigid body is moving with velocity $\vec{v}$ and rotating with angular velocity $\vec{\omega}$, then prove the following relation where symbols have usual meanings :

$$\text{K.E.} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\sum m\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)^2$$

एक दृढ वस्तु वेग $\vec{v}$ से गति कर रही है तथा उसका कोणीय वेग $\vec{\omega}$ है तब सामान्य प्रचलित चिन्हों को लेते हुए निम्न सम्बन्ध को सिद्ध कीजिए :

$$\text{K.E.} = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\sum m\left(\vec{\omega}\times\vec{r}\right)^2$$

13. Prove that Poisson Brackets are invariant under canonical transformation.

यह सिद्ध कीजिए कि पॉइसन ब्रेकिट कैनोनिकल रूपान्तर में निश्चर रहते हैं।