

MT-02**June/December – Examination 2020****B.A./B.Sc. (Part I) Examination****MATHEMATICS****Calculus and Differential Equations****(Second Paper)****Paper : MT-02***Time : 2 Hours]**[Maximum Marks : 47*

Note :- The question paper is divided into two Sections A and B. Section-A contains 7 Very Short Answer Type Questions. Examinees have to attempt all questions. Each question is of 1 mark and maximum word limit may be 30 words. Section-B contains 8 Short Answer Type Questions. Examinees will have to answer any *four* questions. Each question is of 10 marks. Examinees have to delimit each answer in maximum 200 words. Use

of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र दो खण्डों 'अ' और 'ब' में विभाजित है। खण्ड-अ में 7 अति लघु उत्तरात्मक प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को सभी प्रश्नों को हल करना है। प्रत्येक प्रश्न का 1 अंक है और अधिकतम शब्द-सीमा 30 शब्द है। खण्ड-ब में आठ लघु उत्तर प्रकार के प्रश्न हैं, परीक्षार्थियों को किन्हीं चार सवालों के जवाब देना है। प्रत्येक प्रश्न 10 अंकों का है। परीक्षार्थियों को अधिकतम 200 शब्दों में प्रत्येक जवाब परिसीमित करना है। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section-A**7×1=7****(खण्ड—अ)****Very Short Answer Type Questions****(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)**1. (i) Write Cauchy's n th root test.कॉशी का n वां मूल परीक्षण लिखिए।

(ii) Write Lagrange's mean value theorem.

लैग्रांज की मध्य मान प्रमेय लिखिए।

(iii) Write polar formula for derivatives of arc.

चाप की लम्बाई के अवकलन का ध्रुवीय सूत्र लिखिए।

(iv) Write the formula of radius of curvature in parametric form.

प्राचल रूप में वक्रता त्रिज्या का सूत्र लिखिए।

(v) Define concavity.

अवतलता को परिभाषित कीजिए।

(vi) Define family of curves.

वक्र कुल को परिभाषित कीजिए।

(vii) Define Beta function.

बीटा फलन को परिभाषित कीजिए।

Section-B

4×10=40

(खण्ड-ब)

Short Answer Type Questions

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

2. Check convergence of given sequence :

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$$

दी गई श्रेणी के अभिसरण की जाँच कीजिए :

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots$$

3. If $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{n}{2}}$, then prove that :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = n(n+1)(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{n}{2}-1}$$

यदि $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{n}{2}}$ तो प्रदर्शित कीजिए कि :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = n(n+1)(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{n}{2}-1}$$

4. Find asymptotes of the following curve :

$$(x - 2y)^2(x - y) - 4y(x - 2y) - (8x + 7y) = 0$$

निम्न वक्र के अनन्तस्पर्शी ज्ञात कीजिए :

$$(x - 2y)^2(x - y) - 4y(x - 2y) - (8x + 7y) = 0$$

5. Trace the curve :

$$x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$$

वक्र का अनुरेखण कीजिए :

$$x = a(\theta + \sin \theta), y = a(1 - \cos \theta)$$

6. Find the envelope of family of curves $\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 1$

given $a^n + b^n = c^n$.

वक्र कुल $\sqrt{\frac{x}{a}} + \sqrt{\frac{y}{b}} = 1$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, दिया गया है $a^n + b^n = c^n$.

7. Find perimeter of cardioids $r = a(1 + \cos \theta)$ and prove that its upper half is bisected by line $\theta = \frac{\pi}{3}$.

कार्डिऑयड $r = a(1 + \cos \theta)$ का परिमाप ज्ञात कीजिए एवं प्रदर्शित कीजिए कि इसका ऊपरी अर्द्धचाप रेखा $\theta = \frac{\pi}{3}$ से समद्विभाजित होता है।

8. Evaluate :

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \int_0^{\frac{x^2+y^2}{4}} dx dy dz$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} \int_0^{\frac{x^2+y^2}{4}} dx dy dz$$

9. Solve :

$$x \sin\left(\frac{y}{x}\right) dy = \left[y \sin\left(\frac{y}{x}\right) - x \right] dx$$

हल कीजिए :

$$x \sin\left(\frac{y}{x}\right) dy = \left[y \sin\left(\frac{y}{x}\right) - x \right] dx$$