

MSCPH-01

December – Examination 2020

M.Sc. (Previous) Examination

PHYSICS

(Mathematical Physics and
Classical Mechanics)

गणितीय भौतिकी एवं चिरसम्मत यांत्रिकी

Paper : MSCPH-01

Time : 2 Hours]

[Maximum Marks : 80

Note :- The question paper is divided into two Sections A and B. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. **You are allowed to use a non-programmable calculator, however, sharing of calculators is not allowed.**

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ' और 'ब' दो खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति

की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न-पत्र शुरू करने से पूर्व पेपर कोड व प्रश्न-पत्र शीर्षक जाँच लें। आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है परन्तु कैलकुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।

Section-A

8×2=16

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to 30 words. Each question carries 2 marks.

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम 30 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1. (i) If Lagrangian of a particle is :

$$L = \dot{x}^2 + \dot{y}^3 + 2x + 3y - 3,$$

find the Lagrangian equations of motion.

यदि कण का लैग्रेंजियन $L = \dot{x}^2 + \dot{y}^3 + 2x + 3y - 3$ है, तो लैग्रेंजियन के गति के समीकरण ज्ञात कीजिए।

- (ii) Find the Laplace transform of :
निम्न फलन का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए :

$$f(t) = \frac{e^{it} - e^{-it}}{2i}$$

- (iii) Bessel function is given by :

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{a} + \frac{x^4}{64} - \dots$$

What is the value of a ?

बेसल फलन निम्न है :

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{a} + \frac{x^4}{64} - \dots$$

तो a का मान क्या होगा ?

- (iv) Find the value of Poisson Bracket $[b^{2/3}, p]$ where b is constant.

पॉयसां ब्रैकट $[b^{2/3}, p]$ का मान क्या होगा ? जहाँ b अचर है।

- (v) Evaluate the integral $\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ correct to three decimal places using Trapezoidal rule for given table :

x	0.0	0.5	1.0
$\frac{1}{1+x}$	1.000	0.6667	0.5

दी गई सारणी के लिए ट्रेपेजोइडल के नियम से समाकल

$\int_0^1 \frac{1}{1+x} dx$ का मान तीन दशमलव स्थान तक ज्ञात

कीजिए :

x	0.0	0.5	1.0
$\frac{1}{1+x}$	1.000	0.6667	0.5

- (vi) If $\delta_x^y A_s^{qr} = A_s^{yr}$, what does letter x represent in terms of letters y, q, r, s ?

यदि $\delta_x^y A_s^{qr} = A_s^{yr}$ है तो अक्षर x , अक्षरों y, q, r, s के रूप में क्या व्यक्त करता है ?

- (vii) Write the Laplace equation for potential V .

विभव V के लिए लाप्लास समीकरण लिखिए।

- (viii) Find the Fourier transform of $f(t) = k$ if $0 < t < a$ and $f(t) = 0$ otherwise, here a is constant.

फलन $f(t) = k$ यदि $0 < t < a$ तथा अन्यथा $f(t) = 0$ है, तो इसका फूरिअर रूपान्तर ज्ञात कीजिए। यहाँ a अचर है।

Section-B**4×16=64****(Short Answer Type Questions)**

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 16 marks.

खण्ड—ब**(लघु उत्तरीय प्रश्न)**

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

2. Find Laplace transform of function

$$\left(\frac{e^{at} - e^{-at}}{2} \right) \sin at \text{ here } a \text{ is constant.}$$

फलन $\left(\frac{e^{at} - e^{-at}}{2} \right) \sin at$ का लाप्लास रूपांतर ज्ञात कीजिए,

यहाँ a अचर है।

3. (a) Find the Laplace transform of $\sin \sqrt{x}$. You can use property :

$$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots$$

$\sin \sqrt{x}$ का लाप्लास रूपांतर ज्ञात कीजिए। आप

$\sin \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots$ का उपयोग कर सकते हैं।

(b) Find the Laplace transform of $5e^{-2t} \cos 6t$.

$5e^{-2t} \cos 6t$ का लाप्लास रूपांतर ज्ञात कीजिए।

4. Obtain the equation of motion for Simple pendulum using Hamilton's equations.

हैमिल्टन समीकरणों का उपयोग करते हुए सरल लोलक की गति के समीकरण को प्राप्त कीजिए।

5. Using Rodriguez's formula evaluate the value of the $\int_{-1}^1 x^2 P_4(x) dx$.

रॉड्रिग (Rodriguez) सूत्र का उपयोग करते हुए $\int_{-1}^1 x^2 P_4(x) dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

6. Find the Fourier transform of the function :

निम्न फलन का फूरिअर रूपान्तर ज्ञात कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & ; |x| < a \\ 0 & ; |x| > a \end{cases}$$

7. By using appropriate steps, state whether transformation :

$$Q = p \cot q, P = \log \left(\frac{\sin q}{p} \right)$$

is canonical or not canonical ?

उचित पदों का उपयोग करते हुए बताइए कि रूपांतरण :

$$Q = p \cot q, P = \log \left(\frac{\sin q}{p} \right)$$

कैनोनिकल है अथवा नहीं है ?

8. Find a real root of the equation $xe^x - 1 = 0$ using

Newton-Raphson method. Here $e = 2.7182818$.

समीकरण $xe^x - 1 = 0$ का वास्तविक मूल न्यूटन-रेफ्सन विधि

द्वारा ज्ञात कीजिए, जहाँ $e = 2.7182818$ ।

9. The velocity V (km/min) with respect to time t is

shown in the table. Estimate the distance $\int_0^{20} V dt$ covered in 20 minutes using Simpson's 3/8 rule :

t	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
V	0	10	18	25	29	32	20	11	5	2	0

समय t के साथ वेग V (km/min) को टेबल में दर्शाया गया

है। सिम्पसन के 3/8 के नियम से 20 मिनट में तय की गई

दूरी $\int_0^{20} V dt$ ज्ञात कीजिए :

t	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
V	0	10	18	25	29	32	20	11	5	2	0