177

MPH–03

December – Examination 2020

M.Sc. (Previous) Examination

PHYSICS

(Quantum Mechanics)

क्वांटम यांत्रिकी

Paper : MPH-03

*Time : **2** Hours*] [*Maximum Marks : **80***

Note :– The question paper is divided into two Sections A and B. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Check your paper code and paper title before starting the paper. Calculators are not allowed.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ' और 'ब' दो खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। प्रश्न-पत्र शुरू करने से पूर्व पेपर कोड व प्रश्न-पत्र शीर्षक जाँच लें। कैलकुलेटर की अनुमति नहीं है।

Section–A **8×2=16**

(Very Short Answer Type Questions)

Note :– Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 2 marks.

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1. (i) An energy eigen wavefunction is given by : $\psi = \sin 3x + \cos 3x$. If $p = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ is momentum operator then what is the energy eigenvalue of the operator $\frac{p^2}{2m}$?

ऊर्जा आइगेन तरंगफलन $\psi = \sin 3x + \cos 3x$ द्वारा दिया जाता है। यदि संवेग संकारक $p = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ है तो संकारक $\frac{p^2}{2m}$ का ऊर्जा आइगेनमान क्या है ?

(ii) A particle of mass m is moving (one dimension) in a region of constant potential energy V_0. The particle has total energy $\frac{V_0}{3}$, where V_0 is positive number. Find the general solution of time independent Schrödinger equation for this problem.

द्रव्यमान m का एक कण एक अचर स्थितिज ऊर्जा V_0 क्षेत्र में गति (एक विमीय) कर रहा है। कण की कुल ऊर्जा $\frac{V_0}{3}$ है, जहाँ V_0 एक धनात्मक संख्या है। इस कण के लिए काल अनाश्रित श्रोडिंगर समीकरण का हल ज्ञात कीजिए।

(iii) Write the Bohr Sommerfeld Quantization Rule.

बोर सोमरफेल्ड क्वान्तिकरण नियम लिखिए।

(iv) If x and p_x are coordinate and momentum operators respectively, then $[x, p_x^n] = n\, i\, \hbar\, p_x^n$.

What is expression (value) for $[2p_x^2, x]$?

यदि x तथा p_x क्रमशः स्थिति तथा संवेग संकारक हैं तथा $[x, p_x^n] = n\, i\, \hbar\, p_x^n$ है, तो $[2p_x^2, x]$ का मान (व्यंजक) क्या होगा ?

(v) Expression $a^+ a|n\rangle = \beta|n\rangle$ here a is annihilation operator and a^+ is creation operator. What is the value of β ?

व्यंजक $a^+ a|n\rangle = \beta|n\rangle$ है जहाँ a अनिहिलेशन एवं a^+ क्रिएशन संकारक है, तो β का मान क्या होगा ?

(vi) An electron state is described by the spin as given in the basis as :

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{4i}{\sqrt{21}} \\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}} \end{bmatrix}$$

What is the probability that the electron has spin up ?

आधार के रूप में एक इलेक्ट्रोन की स्पिन अवस्था निम्न तरह से दी जाती है :

$$Y = \begin{bmatrix} \frac{4i}{\sqrt{21}} \\ \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{21}} \end{bmatrix}$$

इलेक्ट्रोन के स्पिन अप होने की प्रायिकता क्या होगी ?

(vii) If total angular momentum quantum number J is $\frac{7}{2}$, then write the possible values of magnetic quantum number *m*.

यदि कुल कोणीय क्वांटम संख्या J का मान $\frac{7}{2}$ है, तो चुम्बकीय क्वांटम संख्या *m* के सम्भावित मान क्या होंगे ?

(viii) What is the condition for the two operators $\hat{A}$ and $\hat{B}$ to be commutative.

दो संकारकों $\hat{A}$ तथा $\hat{B}$ के विनिमय करने की शर्त क्या होगी ?

Section–B 4×16=64

(Short Answer Type Questions)

Note :– Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 16 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

2. A particle is moving in the one-dimensional potential box. Obtain the energy eigenvalues.

एक कण एकविमीय विभव बॉक्स में गति कर रहा है। ऊर्जा आइगेनमान प्राप्त कीजिए।

3. Draw the wavefunctions corresponding to one-dimensional harmonic oscillator for the states $n = 0$, $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$.

एकविमीय सरल आवृत्ति दोलक के संगत लिए अवस्था $n = 0$, $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ के लिए तरंगफलन चित्रित कीजिए।

4. Find the probability current density corresponding to wavefunction $\psi = Ae^{ikx}$.

   तरंग फलन $\psi = Ae^{ikx}$ के संगत प्रायिकता धारा घनत्व ज्ञात कीजिए।

5. For Pauli matrices prove that :

   पाउली के मेट्रिक्स के लिए निम्न सिद्ध कीजिए :

$$\sigma_x \sigma_y \sigma_z = \begin{bmatrix} i & 0 \\ 0 & i \end{bmatrix}$$

6. Prove that :

   सिद्ध कीजिए कि :

$$[\hat{A}\hat{B}\hat{C}] = \hat{A}[\hat{B}\hat{C}] + [\hat{A}\hat{C}]\hat{B}$$

7. Prove the Ehernfest theorem :

   निम्न एहरेन्फेस्ट प्रमेय को सिद्ध कीजिए :

$$m\frac{d\langle x\rangle}{dt} = \langle p_x \rangle$$

8. Evaluate $[J^2, J_z]$.

   $[J^2, J_z]$ ज्ञात कीजिए।

9. Obtain the solution $\Phi(\phi)$ for hydrogen atom.

   हाइड्रोजन परमाणु के लिए $\Phi(\phi)$ हल प्राप्त कीजिए।