

BMT

June – Examination 2020

BSCP Examination

Mathematics

(गणित)

Paper : BMT

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 80

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

Section-A**8×2=16****(Very Short Answer Type Questions)**

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 2 marks.

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

1. (i) Define addition of two complex numbers.
दो सम्मिश्र संख्याओं के योगफल को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Define Inverse Relation.
प्रतिलोम संबंध को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Evaluate :

$$\int \left(\frac{1}{5}\right)^x dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \left(\frac{1}{5}\right)^x dx$$

- (iv) If $y = u - v$, then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

यदि $y = u - v$ हो, तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

- (v) Define Hyperbola.
अतिपरवलय को परिभाषित कीजिए।

(vi) Find distance between points $(-1, 2, 1)$ and $(0, 1, -1)$.

बिन्दुओं $(-1, 2, 1)$ व $(0, 1, -1)$ के मध्य दूरी ज्ञात कीजिए।

(vii) Write quadrilateral law of addition of two vectors.

दो सदिशों के योग का चतुर्भुज नियम लिखिए।

(viii) Write First Law of Newton's Law of Motion.

न्यूटन की गति का प्रथम नियम लिखिए।

Section-B

4×8=32

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 8 marks.

खण्ड-ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंकों का है।

2. Prove that :

$$|z_1 - z_2| \geq |z_1| - |z_2|$$

सिद्ध कीजिए :

$$|z_1 - z_2| \geq |z_1| - |z_2|$$

3. Find derivative of $\log_e x$ by first principle of derivative.

अवकलन के प्रथम सिद्धान्त से $\log_e x$ का अवकलन ज्ञात कीजिए।

4. If function f defined as $f : \mathbb{Q} - \{1\} \rightarrow \mathbb{Q}$ where $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$, $\forall x \in \mathbb{Q} - \{1\}$, then prove that f is one-one but not onto function.

यदि फलन $f : \mathbb{Q} - \{1\} \rightarrow \mathbb{Q}$ जहाँ $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$, $\forall x \in \mathbb{Q} - \{1\}$, तब सिद्ध कीजिए कि f एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं है।

5. If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$, then prove that $(1 - x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$.

यदि $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $(1 - x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$

6. Evaluate :

$$\int \sin^4 x \cos^2 x dx$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\int \sin^4 x \cos^2 x dx$$

7. Find the equation of common tangent of circle $x^2 + y^2 + 2ax = 0$ and parabola $y^2 = 4ax$.

वृत्त $x^2 + y^2 + 2ax = 0$ व परवलय $y^2 = 4ax$ की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

8. Using vector method, prove that in triangle ABC :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

सदिश विधि से त्रिभुज ABC में सिद्ध कीजिए :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

9. If a particle starting from origin and moving in plane XOY such that velocity in direction of x -axis is proportional to y and in direction of y -axis is constant, then find path of particle.

एक कण मूल बिन्दु से रवाना होकर XOY समतल में इस प्रकार गतिमान है कि x -अक्ष की दिशा में वेग y के समानुपाती है व y -अक्ष की दिशा में वेग अचर है, तो कण का पथ ज्ञात कीजिए।

Section-C

2×16=32

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer any two questions. You have to delimit your each answer maximum up to 500 words. Each question carries 16 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंकों का है।

10. Simplify :

(i)
$$\frac{(\cos 3\theta - i \sin 3\theta)^4 (\cos \theta - i \sin \theta)^3}{(\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^7 (\cos 2\theta - i \sin 2\theta)^3}$$

(ii)
$$\frac{(1 + \sin \theta + i \cos \theta)^8}{(1 + \sin \theta - i \cos \theta)^8}$$

सरल कीजिए :

(i)
$$\frac{(\cos 3\theta - i \sin 3\theta)^4 (\cos \theta - i \sin \theta)^3}{(\cos 5\theta + i \sin 5\theta)^7 (\cos 2\theta - i \sin 2\theta)^3}$$

(ii)
$$\frac{(1 + \sin \theta + i \cos \theta)^8}{(1 + \sin \theta - i \cos \theta)^8}$$

11. Evaluate :

(i)
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n^2} \right) \left(1 + \frac{2^2}{n^2} \right) \left(1 + \frac{3^2}{n^2} \right) \dots \right]$$

$$\left[1 + \frac{n^2}{n^2} \right]^{1/n}$$

(ii) $\int_0^{\pi/2} \log \sin x dx$

मान ज्ञात कीजिए :

(i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \left(1 + \frac{2^2}{n^2}\right) \left(1 + \frac{3^2}{n^2}\right) \dots \left(1 + \frac{n^2}{n^2}\right) \right]^{1/n}$

(ii) $\int_0^{\pi/2} \log \sin x dx$

12. (i) If e and e' be the eccentricities of a hyperbola and its conjugate hyperbola, then prove that :

$$\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1.$$

यदि एक अतिपरवलय तथा इसके संयुग्मी अतिपरवलय की उत्केन्द्रताएँ e तथा e' हों, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\frac{1}{e^2} + \frac{1}{e'^2} = 1$$

(ii) Find the equation of the plane passing through the points $(1, 1, 1)$, $(1, -1, 1)$ and $(-7, -3, -5)$.

बिन्दुओं $(1, 1, 1)$, $(1, -1, 1)$ एवं $(-7, -3, -5)$ से गुजरने वाले समतल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

13. (i) Prove that $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ if and only if $(\vec{a} \times \vec{c}) \times \vec{b} = 0$ or \vec{a} and \vec{c} are collinear.

सिद्ध कीजिए कि $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ यदि व केवल यदि $(\vec{a} \times \vec{c}) \times \vec{b} = 0$ या \vec{a} व \vec{c} संरेखीय हैं।

(ii) Evaluate :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \log(1+x)}{x^2}$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{xe^x - \log(1+x)}{x^2}$$