MT-09

December - Examination 2025
B.A./B.Sc. (Part-III) Examination
MATHEMATICS
MECHANICS
Paper : MT-09

[*Time: **3** Hours*] [*Maximum Marks: **46***]

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :– यह प्रश्न–पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। दिए गए निर्देशों के अनुसार उत्तर दीजिए। इस प्रश्न–पत्र में नॉन–प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section-A **6×1=6**

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries **1** mark.

खण्ड–'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **सभी** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है।

1. (i) Find the resultant of two forces of 4 N and 5 N acting at an angle of 60º.
4 न्यूटन और 5 न्यूटन के बलों का परिणामी ज्ञात कीजिए, जो 60º कोण पर क्रियाशील हैं।

(ii) Write the definition of apsidal angle.
स्तब्धिका कोण की परिभाषा लिखिए।

(iii) Write Cartesian equation of Catenary.
कैटनरी का कार्तीय समीकरण लिखिए।

(iv) Define period of simple harmonic motion.
सरल आवर्त गति के आवर्तकाल को परिभाषित कीजिये।

(v) State Lami's theorem on concurrent forces.
संगामी बलों पर लामी प्रमेय का कथन लिखिए।

(vi) Define constrained motion.
प्रतिबन्धित गति को परिभाषित कीजिए।

Section-B 4×5=20

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **any four** questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries **5** marks.

खण्ड–'ब'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **किन्हीं चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **5** अंक का है।

2. Forces of weight 2, $\sqrt{3}$, 5, $\sqrt{3}$, 2 kg are applied on an angular point of an equal hexagon towards remaining 5 angular points respectively. Find direction and magnitude of resultant force.

2, $\sqrt{3}$, 5, $\sqrt{3}$, 2 किग्रा भार के बल क्रमशः किसी समषटभुज के कोई एक कोणीय बिन्दु पर शेष पांच कोणीय बिन्दुओं की ओर क्रियाशील हैं। परिणामी बल का परिमाण और दिशा ज्ञात कीजिए।

3. Radius of a hollow sphere is α. If coefficient of friction is $1/\sqrt{3}$, then find the height to which a particle remains at rest inside it.

एक खोखले गोले की त्रिज्या α है। यदि घर्षण गुणांक $1/\sqrt{3}$ हो, तो ज्ञात कीजिये कि कण उसके भीतर कितनी ऊँचाई तक विरामावस्था में रह सकता है?

4. A heavy uniform string of length $2l$ is hanged between two points in horizontal. Lowest point of string is at a distance 'b' from the horizontal line passes through points. Find tension at lowest point.

$2l$ लंबाई की समरूप भारी डोरी को क्षैतिज में स्थित दो बिन्दुओं से लटकाया गया है। डोरी का निम्नतम बिन्दु, बिन्दुओं से गुजरने वाली क्षैतिज रेखा से b दूरी पर है। निम्नतम बिन्दु पर तनाव ज्ञात कीजिए।

5. A heavy endless equal string hangs on a circular pulley of radius 'a' in such a way that the string is in contact with $\frac{2}{3}$ part of the circumference of the pulley. Prove that the string length will be -

$$a\left[\frac{4\pi}{3}+\frac{3}{\log(2+\sqrt{3})}\right]$$

a त्रिज्या की वृत्ताकार घिरनी पर एक सिराहीन (endless) समरूप भारी डोरी इस प्रकार लटकी है कि डोरी, घिरनी की परिधि के $\frac{2}{3}$ भाग के सम्पर्क में है। सिद्ध कीजिए कि डोरी की लम्बाई –

$$a\left[\frac{4\pi}{3}+\frac{3}{\log(2+\sqrt{3})}\right]$$ होगी।

6. A particle is projected with a velocity U into a vertically resisting medium. If the resistance of the medium is proportional to the square of the velocity ν, then prove that the particle will return to the point of launch with velocity $\frac{UV}{\sqrt{U^2+V^2}}$ after a time $\frac{V}{g}\left[\tan^{-1}\frac{U}{V}+\tan^{-1}\frac{v}{V}\right]$, where V is final velocity.

एक कण को U वेग से ऊर्ध्वाधर प्रतिरोधी माध्यम में प्रक्षेपित किया जाता है। यदि माध्यम का प्रतिरोध, वेग ν के वर्ग के समानुपाती है, तो सिद्ध कीजिए कि कण प्रक्षेपण बिन्दु पर $\frac{UV}{\sqrt{U^2+V^2}}$ वेग से $\frac{V}{g}\left[\tan^{-1}\frac{U}{V}+\tan^{-1}\frac{v}{V}\right]$ समय पश्चात् लौटेगा, जहाँ V अन्तिम वेग है।

7. A heavy particle is suspended from a point by a string of length 'a' and then projected horizontally with a velocity u, where $u^2=(2+\sqrt{3})ag$. Prove that the string will be free when it has made an angle $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ with the vertical.

एक भारी कण a लम्बाई की डोरी द्वारा किसी बिन्दु से लटकाया जाता है और फिर क्षैतिज दिशा में u वेग से, जहाँ $u^2=(2+\sqrt{3})ag$, प्रक्षेपित किया जाता है। सिद्ध कीजिए कि डोरी उस समय ढीली होगी जब वह ऊर्ध्वाधर से $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$ कोण तय कर चुकेगी।

8. If a planet creates an ellipse towards the Sun located in the nucleus then prove that its velocity at one end of the small axis will have the geometrical mean of the velocity at the ends of any diameter.

एक ग्रह नाभिका में स्थित सूर्य के प्रति एक दीर्घवृत्त बनाता हैं तो सिद्ध करो कि लघुअक्ष के एक सिरे पर इसका वेग किसी भी व्यास के सिरों पर के वेग का ज्यामितीय माध्य होगा।

9. Find moment of inertia of a triangular lamina about its any side.

त्रिभुजाकार पटल की किसी भुजा के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिये।

Section-C 2×10=20

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries **10** marks.

खण्ड–'स'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :– **किन्हीं दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **10** अंक का है।

10. (i) Find central orbit when central force is given as a function of r, the central force varies inversely as the square of the distance from a fixed point.

किसी दिए गए केन्द्रीय बल (r का फलन) के लिए, यदि केन्द्रीय बल नियत बिन्दु से दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती हो तो सकेन्द्र कक्षा ज्ञात कीजिए।

(ii) A perfectly rough plane is inclined at an angle α to the horizon. Show that the least eccentricity of the ellipse which can rest on the place is -

$$\sqrt{\left(\frac{2\sin\alpha}{1+\sin\alpha}\right)}$$

एक पूर्ण रूक्ष तल क्षैतिज से कोण α पर झुका हुआ है। प्रदर्शित कीजिए कि तल पर विरामावस्था में रह सकने वाले दीर्घवृत्त की न्यूनतम उत्केन्द्रता है –

$$\sqrt{\left(\frac{2\sin\alpha}{1+\sin\alpha}\right)}$$

11. Describe motion of a particle on the inside of a smooth vertical circle.
एक चिकने ऊर्ध्वाधर वृत्त के अन्तःतल पर कण की गति की विवेचना कीजिए।

12. Derive equation of Central orbit in (i) Reciprocal polar form (ii) Pedal form.
सकेन्द्र कक्षा की समीकरण (i) व्युत्क्रमध्रुवी रूप में (ii) पदिक रूप में व्युत्पन्न कीजिये।

13. The velocity at any point of a central orbit is $\frac{1}{n}$th of what it would be for a circular orbit at the same distance. Show that central force is proportional to $\frac{1}{r^{2n^2+1}}$ and that the equation of the orbit is -

$$r^{2n^2+1}=a^{n^2-1}\cos(n^2-1)\theta$$

सकेन्द्र कक्षा के किसी बिन्दु पर वेग एक वृत्तीय सकेन्द्र कक्षा के एक बिन्दु जिसकी ध्रुव से दूरी उतनी है जितनी कि पहले बिन्दु की है, के वेग के $\frac{1}{n}$ भाग के बराबर है, तो सिद्ध कीजिए कि केन्द्रीय बल $\frac{1}{r^{2n^2+1}}$ के समानुपाती है तथा केन्द्रीय कक्षा का समीकरण निम्न है –

$$r^{2n^2+1}=a^{n^2-1}\cos(n^2-1)\theta$$