

**MT-02**

**December - Examination 2025**  
**B.A./B. Sc. (Part-I) Examination**  
**MATHEMATICS**  
**Calculus and Differential Equations**  
**Paper : MT-02**

[Time: 3 Hours ]

[Maximum Marks: 47]

- Note :-** The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.
- निर्देश :-** यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। दिए गए निर्देशों के अनुसार उत्तर दीजिए। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

**Section-A**

**7×1=7**

**(Very Short Answer Type Questions)**

- Note :-** Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries **1** mark.

**खण्ड-‘अ’**

**(अति लघुउत्तरीय प्रश्न)**

- निर्देश :-** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है।

1. (i) Write logarithmic ratio test for convergence of series.  
श्रेणियों के अभिसरण के लिए लघुगणकीय अनुपात परीक्षण लिखिए।
- (ii) Write the  $n^{\text{th}}$  term of the following series -  
निम्न श्रेणी का  $n$ वां पद लिखिए -  
$$\frac{1}{1.2.3} + \frac{3}{2.3.4} + \frac{5}{3.4.5} + \dots$$
- (iii) Find first order partial derivative with respect to  $y$  of the function  $u = e^{axyz}$ .  
फलन  $u = e^{axyz}$  के  $y$  के सापेक्ष प्रथम आंशिक अवकलज ज्ञात कीजिए।
- (iv) Define circle of curvature.  
वक्रता वृत्त को परिभाषित कीजिए।
- (v) Define cusp.  
उभयाग्र को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define Gamma function.  
गामा फलन को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Evaluate -  
मान ज्ञात कीजिए -

$$\sqrt{-\frac{1}{2}}$$

## (Short Answer Type Questions)

**Note :-** Answer **any four** questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries **5** marks.

खण्ड-‘ब’

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :-** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **5** अंक का है।

2. Explain Convergence of the geometric series.

गुणोत्तर श्रेणी के अभिसरण को समझाइए।

3. Find pedal equation of ellipse  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ , ( $e < 1$ ).

दीर्घवृत्त  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ , ( $e < 1$ ) का पदिक समीकरण ज्ञात कीजिए।

4. The width of a long rectangular paper is 1 meter. One corner of it was folded enough to reach another core of the paper. Find the minimum length of this type of sewage.

एक लम्बे आयताकार कागज की चौड़ाई 1 मीटर है। इसके एक कोने को इतना मोड़ा गया कि वह कागज के कोर तक पहुंच जाये। अब इस प्रकार बनने वाले सिलवट की न्यूनतम लम्बाई ज्ञात कीजिए।

5. Find asymptotes of following curve -

निम्न वक्र के अनन्तस्पर्शी ज्ञात कीजिए -

$$x^3 - 2y^3 + xy(2x - y) + y(x - y) + 1 = 0$$

6. Find envelope of family of straight lines  $y = mx + am^p$  where  $m$  is parameter.

सरल रेखाओं के कुल  $y = mx + am^p$  का अन्वालोप ज्ञात कीजिए, जबकि  $m$  प्राचल है।

7. Find whole length of Cycloid  $x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$ , ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ).

चक्रज  $x = a(\theta - \sin \theta)$ ,  $y = a(1 - \cos \theta)$ , ( $0 \leq \theta \leq 2\pi$ ) की सम्पूर्ण लम्बाई ज्ञात कीजिए।

8. Integrate  $r \sin \theta$  over the area above the initial line of the cardioid  $r = a(1 + \cos \theta)$ .

हृदयाभ (कार्डिऑयड)  $r = a(1 + \cos \theta)$  के प्रारम्भिक रेखा से ऊपर वाले क्षेत्र पर  $r \sin \theta$  का समाकलन कीजिए।

9. Solve -

हल कीजिए -

$$\frac{dy}{dx} = \sin(x + y) + \cos(x + y)$$

## Section-C

2×10=20

## (Long Answer Type Questions)

**Note :-** Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries **10** marks.

खण्ड- 'स'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :-** किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **10** अंक का है।

10. Derive formula of radius of curvature at any point of curve in (i) Polar equation  
(ii) Pedal equation.

वक्र के किसी बिंदु पर वक्रता त्रिज्या के सूत्र को (i) ध्रुवीय समीकरण (ii) पदिक समीकरण के लिए व्युत्पन्न कीजिए।

11. (i) If  $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ , then prove that -

यदि  $u = \log(x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz)$ , तो सिद्ध कीजिए कि -

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}\right)^2 u = -\frac{9}{(x+y+z)^2}$$

- (ii) If  $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{n}{2}}$ , then show that -

यदि  $u = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{n}{2}}$ , तो प्रदर्शित करो कि -

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = n(n+1)(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{n}{2}-1}$$

12. (i) Trace the curve -

वक्र का अनुरेखण कीजिए -

$$x^3 + y^3 = 3axy$$

- (ii) Find the area of the region bounded by the curve  $y^2(a-x) = x^3$  and its asymptote.

वक्र  $y^2(a-x) = x^3$  एवं इसकी अनन्तस्पर्शी के द्वारा घिरे भाग का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

13. (i) Find the volume of reel generated by revolving cycloid  $x = a(\theta + \sin\theta)$ ,

$y = a(1 - \cos\theta)$  about tangent at vertex.

साइक्लॉइड  $x = a(\theta + \sin\theta)$ ,  $y = a(1 - \cos\theta)$  को शीर्ष पर स्पर्श रेखा के सापेक्ष घुमाने से बनी रील का आयतन ज्ञात कीजिए।

- (ii) Prove that -

सिद्ध कीजिए कि -

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^3}} = \frac{\left[\frac{1}{3}\right]^3}{2^{4/3}\sqrt{3\pi}}$$