

MT-06

December - Examination 2025
B.A./B. Sc. (Part-II) Examination
MATHEMATICS
NUMERICAL ANALYSIS & VECTOR CALCULUS
Paper : MT-06

[Time: 3 Hours]

[Maximum Marks: 46]

- Note :-** The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.
- निर्देश :-** यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। दिए गए निर्देशों के अनुसार उत्तर दीजिए। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section-A

6×1=6

(Very Short Answer Type Questions)

- Note :-** Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries **1** mark.

खण्ड-‘अ’

(अति लघुउत्तरीय प्रश्न)

- निर्देश :-** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है।

1. (i) Define factorial function.
क्रमगुणित फलन को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Find the value of $\Delta^3(x^2 - 1)$ if $h = 1$.
यदि $h = 1$ तब $\Delta^3(x^2 - 1)$ का मान ज्ञात कीजिए।
- (iii) Define average operator μ .
औसत संकारक μ को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Write Euler's formula to solve differential equation $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$.
अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = f(x, y)$ को हल करने के लिए आयलर का सूत्र लिखिए।
- (v) If $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ and $r = |\vec{r}|$ then find the value of $\text{grad } r$.
यदि $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$ व $r = |\vec{r}|$ तब $\text{grad } r$ का मान ज्ञात कीजिए।
- (vi) State Gauss Divergence Theorem.
गॉस अपसरण प्रमेय का कथन लिखिए।

Section-B

4×5=20

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer any four questions. Each answer should not exceed 200 words. Each question carries 5 marks.

खण्ड-‘ब’

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Find the value of $\frac{\Delta^2}{E} \sin(x+h) + \frac{\Delta^2 \sin(x+h)}{E \sin(x+h)}$.

$\frac{\Delta^2}{E} \sin(x+h) + \frac{\Delta^2 \sin(x+h)}{E \sin(x+h)}$ का मान ज्ञात कीजिए।

3. Find y at x = 23 with the help of following data -

निम्नलिखित आकड़ों की सहायता से x = 23 पर y का मान ज्ञात कीजिए -

x	10	20	30	40	50	60	70	80
y=f(x)	1	8	27	64	125	216	343	512

4. Find value of y at x = 35 by Stirling's formula with the following data -

स्टर्लिंग सूत्र द्वारा निम्नलिखित सारणी से x = 35 पर y का मान कीजिए -

x	20	30	40	50
f(x)	512	439	346	243

5. Find f' (1.1) and f'' (1.1) from following data -

निम्न आकड़ों से f' (1.1) व f'' (1.1) का मान ज्ञात कीजिए -

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
y	7.989	8.403	8.781	9.129	9.451	9.750	10.031

6. Find root of equation $x^3 - 3x - 5 = 0$ corrected to fourth decimal place by using Newton-Raphson method.

न्यूटन रेफसन विधि द्वारा समीकरण $x^3 - 3x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल चार दशमलव स्थानों तक ज्ञात कीजिए।

7. Use iterative method to solve equation $x = 0.21 \sin (0.5 + x)$ by starting from $x = 0.12$.

x=0.12 से प्रारम्भ कर पुनरावृत्ति विधि द्वारा समीकरण $x = 0.21 \sin (0.5 + x)$ को हल कीजिए।

8. Prove that -

$$\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0 \text{ where } \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \Rightarrow r = \hat{r} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

सिद्ध कीजिए कि -

$$\nabla^2 \left(\frac{x}{r^3} \right) = 0 \text{ जहां } \vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \Rightarrow r = \hat{r} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

9. Find line integral $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ where $\vec{F} = \frac{y\hat{i} - x\hat{j}}{(x^2 + y^2)}$ and C is a square formed by lines

$x = \pm 1, y = \pm 1$.

रेखा समाकल $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ का मान ज्ञात कीजिए जहां $\vec{F} = \frac{y\hat{i} - x\hat{j}}{(x^2 + y^2)}$ तथा C रेखाओं $x = \pm 1,$

$y = \pm 1$ द्वारा बना वर्ग है।

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries **10** marks.

खण्ड-‘स’

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **10** अंक का है।

10. (i) Profit of a firm is as following -
एक फर्म का लाभ निम्नानुसार है -

वर्ष (Year)	1998	2000	2002	2004	2006
लाभ (लाखों में) Profit (in Lac)	80	86	96	104	114

Estimate the profit made in the year 2003 based on this data.

इन आंकड़ों से वर्ष 2003 में हुए लाभ का अनुमान लगाइए।

- (ii) Prove that -

सिद्ध कीजिए -

$$u_x = u_{x-1} + \Delta u_{x-2} + \Delta^2 u_{x-3} + \dots + \Delta^n u_{x-n}$$

11. (i) Using Lagrange's formula for inverse interpolation find value of x for $f(x)=13.6$.
प्रतिलोम अन्तर्वेशन के लग्रांज सूत्र के प्रयोग द्वारा निम्नलिखित सारणी से $f(x)=13.6$ के लिए x का मान ज्ञात कीजिए।

X	30	35	40	45	50
f(x)	15.9	14.9	14.1	13.3	12.5

- (ii) Find approximate value of $\int_{-3}^3 x^4 dx$ by using Simpson's one-third rule, given $h = 1$.

सिम्पसन के एक तिहाई सूत्र की सहायता से $\int_{-3}^3 x^4 dx$ के सन्निकट मान की गणना कीजिए, दिया गया है $h = 1$

12. (i) Use Euler's modified method find y at $x = 0.1$ by taking $h = 0.05$, given $\frac{dy}{dx} = x^2 + y$; $y(0) = 1$.

आयलर की आपरिवर्तित विधि द्वारा $h = 0.05$ लेते हुये $x = 0.1$ पर y का मान ज्ञात कीजिए,

जबकि दिया है कि $\frac{dy}{dx} = x^2 + y$; $y(0) = 1$

- (ii) If $\frac{d\vec{a}}{dt} = \vec{c} \times \vec{a}$ and $\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{c} \times \vec{b}$ then prove that $\frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$

यदि $\frac{d\vec{a}}{dt} = \vec{c} \times \vec{a}$ और $\frac{d\vec{b}}{dt} = \vec{c} \times \vec{b}$ हो तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$

13. Verify Stoke's theorem for vector point function $\vec{F} = 3y\hat{i} - xz\hat{j} + yz^2\hat{k}$ where S is paraboloid $x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$ and C is its boundary.

सदिश फलन $\vec{F} = 3y\hat{i} - xz\hat{j} + yz^2\hat{k}$ के लिए स्टोक के प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जहां S , परवलयज $x^2 + y^2 = 4$, $z = 2$ तथा C इसकी परिसीमा है।
