

MPH-03

December - Examination 2025

M.Sc. (Previous) Examination

PHYSICS

QUANTUM MECHANICS

क्वांटम यांत्रिकी

Paper : MPH-03

[Time: 3 Hours]

[Maximum Marks: 80]

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। दिए गए निर्देशों के अनुसार उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा।

Section-A

8×2=16

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries **2** marks.

खण्ड—'अ'

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है।

1. (i) For spin half system :

$$S_z |-\rangle = \frac{b}{2} |-\rangle$$

$$S_z |+\rangle = 2c |+\rangle$$

Symbols have usual meaning. What is the value of $(b + c)$?

स्पिन अर्ध निकाय के लिए :

$$S_z |-\rangle = \frac{b}{2} |-\rangle$$

$$S_z |+\rangle = 2c |+\rangle$$

यहाँ प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं। $(b + c)$ का मान क्या होगा?

(ii) The set of eigenfunctions ψ_n forms a complete set of normalized and Orthogonal (Orthonormal) functions. Find the value of following function -

$$7 \int \psi_1 \psi_2^* dq + 3 \int \psi_1 \psi_3^* dq + 2 \int \psi_2 \psi_3^* dq$$

आइगेनफलन ψ_n के समुच्चय प्रसमान्यकृत व लाम्बिक फलन बनाते हैं। निम्न फलन का मान ज्ञात करिए -

$$7 \int \psi_1 \psi_2^* dq + 3 \int \psi_1 \psi_3^* dq + 2 \int \psi_2 \psi_3^* dq$$

(iii) In total angular momentum representation

$$J_z|j, m\rangle = b|j, m\rangle$$

What is the value of b?

कुल कोणीय संवेग पद्धति में

$$J_z|j, m\rangle = b|j, m\rangle$$

तो b का मान क्या होगा?

(iv) Obtain the value of commutator $\left[y, \frac{d}{dy}\right]$.

क्रमविनिमयक $\left[y, \frac{d}{dy}\right]$ का मान ज्ञात करिए।

(v) The eigenvalue of a unitary operator is $\left|\frac{1}{2} + i\frac{d}{2}\right|$.

What is the value of d?

यूनिटरी संकारक का आइगेन मान $\left|\frac{1}{2} + i\frac{d}{2}\right|$ है।

d का मान क्या होगा?

(vi) For the trace $\text{Tr}(ABC) = \text{Tr}(CXY)$

What are X and Y in terms of A, B, C?

ट्रेस के लिए $\text{Tr}(ABC) = \text{Tr}(CXY)$

X तथा Y का मान A, B, C के पदों में लिखिए।

(vii) What do you mean by Adiabatic Approximation with reference to Hamiltonian of the system?

निकाय के हेमिल्टोनियन के सन्दर्भ में रूधोष्म सन्निकटता से आप क्या समझते हो?

(viii) A wavefunction is given by -

$$\psi(x, y, z, t) = Ae^{i(5\pi t - 4x - 3y + 5z)}$$

Find the unit vector representing the propagation of this wave function.

एक तरंग फलन निम्न है -

$$\psi(x, y, z, t) = Ae^{i(5\pi t - 4x - 3y + 5z)}$$

इस तरंगफलन की संचरण की दिशा में इकाई सदिश ज्ञात करिए।

Section-B

4×8=32

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **any four** questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries **8** marks.

खण्ड—'ब'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **8** अंक का है।

2. What do you mean by inner product and outer product of a bra vector and a ket vector?

एक ब्रा सदिश व एक कट सदिश के आंतरिक गुणन व बाह्य गुणन से आपका क्या तात्पर्य है?

3. Prove that the fundamental commutation relation

$$[x, p_x] = \frac{i\hbar}{2\pi}$$

remains unchanged under unitary transformation.

यह सिद्ध करिए कि मूलभूत विनिमय सम्बन्ध

$$[x, p_x] = \frac{i\hbar}{2\pi}$$

यूनिटरी रूपान्तरण में बिना परिवर्तित हुए रहता है।

4. Using Heisenberg form of equation of motion, show that in the case of a stationary state with a discrete spectrum the mean value of the momentum is $\bar{p} = 0$.

हैजेबर्ग गति के समीकरण से यह दर्शाओ कि विविक्त स्पेक्ट्रम के साथ स्थायी अवस्था का माध्य संवेग $\bar{p} = 0$ रहता है।

5. Explain the Spin Half Angular Momentum of an electron.

इलेक्ट्रॉन के अर्ध चक्रण कोणीय संवेग को समझाइए।

6. Briefly explain the Thomas-Fermi Statistical Model and Hartree's Self-Consistent Field Method under Central Field Approximation.

केन्द्रीय क्षेत्र सन्निकटता के अन्तर्गत संक्षेप में थोमस फर्मी सांख्यिकीय मॉडल और हर्तरी स्वतः क्षेत्र मॉडल समझाइए।

7. Consider the following kets -

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} -5i \\ 2 \\ i \end{pmatrix} \text{ and } |\phi\rangle = \begin{pmatrix} 3 \\ 8i \\ -9i \end{pmatrix}$$

Is $|\psi\rangle$ normalized? If not then normalize it. Are $|\psi\rangle$ and $|\phi\rangle$ orthogonal? Check it.

निम्न दो केट के लिए -

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} -5i \\ 2 \\ i \end{pmatrix} \text{ तथा } |\phi\rangle = \begin{pmatrix} 3 \\ 8i \\ -9i \end{pmatrix}$$

क्या $|\psi\rangle$ प्रसामान्यकृत है? यदि $|\psi\rangle$ प्रसामान्यकृत नहीं है तो प्रसामान्यकृत करिए। क्या $|\psi\rangle$ तथा $|\phi\rangle$ लाम्बिक है। इसे जांचिए।

8. Consider the state $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\phi_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{5}}|\phi_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{10}}|\phi_3\rangle$ which is given by in terms of three orthonormal eigen states $|\phi_1\rangle$, $|\phi_2\rangle$ and $|\phi_3\rangle$ of an operator \hat{B} such that $\hat{B}|\phi_n\rangle = n^2|\phi_n\rangle$. Find the expectation value of \hat{B} for state $|\psi\rangle$.

अवस्था $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|\phi_1\rangle + \frac{1}{\sqrt{5}}|\phi_2\rangle + \frac{1}{\sqrt{10}}|\phi_3\rangle$

संकारक \hat{B} के तीन प्रसामान्य लम्बिकृत आइगेन अवस्था $|\phi_1\rangle$, $|\phi_2\rangle$ तथा $|\phi_3\rangle$ को लीजिए व $\hat{B}|\phi_n\rangle = n^2|\phi_n\rangle$

अवस्था $|\psi\rangle$ के लिए \hat{B} का प्रत्याशा मान ज्ञात कीजिए।

9. Let a wave package be described at time $t = 0$ by

$$\psi(x, 0) = A \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2} + ik_0x\right)$$

Express $\psi(x, 0)$ as a superposition of plane waves.

यह मानिए कि तरंगपैकेट समय $t = 0$ पर निम्न तरह से दिया जाता है -

$$\psi(x, 0) = A \exp\left(-\frac{x^2}{2a^2} + ik_0x\right)$$

समतल तरंगों के अध्यारोपण के रूप में $\psi(x, 0)$ को व्यक्त कीजिए।

Section-C

2×16=32

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries **16** marks.

खण्ड-‘स’

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **16** अंक का है।

10. (A) For Pauli matrices prove that -

$$[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$$

(B) Explain Wentzel-Kramers-Brillouin approximation.

(A) पाउली के मैट्रिक्स के लिए सिद्ध करो -

$$[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$$

(B) वेंजल क्रैमर ब्रिलोन सन्निकटता समझाए।

11. Solve the Schrodinger wave equation for the case of Hydrogen atom and discuss the θ and ϕ solutions.

हाइड्रोजन परमाणु के लिए श्रोडिंगर समीकरण को हल करो एवं θ तथा ϕ हलों की व्याख्या करो।

12. Suppose operator a satisfies $[a, a^+] = 1$, then find the eigen values of the Hermitian operator $a^+ a$. Also find eigen vectors of $a^+ a$. Here a^+ denotes the Hermitian conjugate of a , and $[a, a^+]$ is commutator $aa^+ - a^+a$

एक संकारक a , $[a, a^+] = 1$ को संतुष्ट करता है, तो हर्मिशियन संकारक $a^+ a$ के लिए आइगेन मान ज्ञात करिए। $a^+ a$ के आइगेन सदिश भी ज्ञात कीजिए। यहाँ a^+ हर्मिशियन संयुग्मी a को प्रदर्शित करता है। $[a, a^+]$ क्रम विनिमयक $aa^+ - a^+a$ है।

13. Explain the stationary perturbation theory for nondegenerate system.

अनभ्रष्ट निकाय के लिए स्थायी विक्षोभ सिद्धांत समझाइए।
