

MT-01

December - Examination 2025
B.A./B. Sc. (Part I) Examination
MATHEMATICS
DISCRETE MATHEMATICS
Paper : MT-01

[Time: 3 Hours]

[Maximum Marks: 47]

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। दिए गए निर्देशों के अनुसार उत्तर दीजिए।

Section-A

7×1=7

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **all** questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries **1** mark.

खण्ड—'अ'

(अति लघुउत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **1** अंक का है।

1. (i) Define universal set.
सार्वत्रिक समुच्चय को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Define composite function.
संयुक्त फलन को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Define combinations.
संचय को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Define order of a group.
समूह की कोटि को परिभाषित कीजिए।
- (v) Define complementary graph.
पूरक ग्राफ को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define Hamiltonian graph.
हेमिल्टोनियन ग्राफ को परिभाषित कीजिए।
- (vii) Define Language.
भाषा को परिभाषित कीजिए।

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer **any four** questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries **5** marks.

खण्ड-‘ब’

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **5** अंक का है।

2. If A, B, C are any three sets, then prove that :
 $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
यदि A, B, C तीन समुच्चय हैं, तो सिद्ध कीजिए :
 $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
3. Show that a relation R on a non-empty set A is symmetric if and only if $R = R^{-1}$.
सिद्ध कीजिए कि अरिक्त समुच्चय A पर परिभाषित कोई सम्बन्ध R एक सममित सम्बन्ध होता है यदि और केवल यदि $R = R^{-1}$.
4. Let $A = \{1, 2, 3, 6, 8, 12, 24, 30\}$ be a set and the relation ‘ \leq ’ be defined as $a \leq b$ if and only if a divides b; $a, b \in A$, then draw Hasse’s diagram of the poset (A, \leq) .
माना समुच्चय $A = \{1, 2, 3, 6, 8, 12, 24, 30\}$ पर सम्बन्ध ‘ \leq ’ निम्न प्रकार से परिभाषित है : $a \leq b$ यदि और केवल यदि a, b को विभाजित करता है; $a, b \in A$, तब पौसेट (A, \leq) का हैस आरेख ज्ञात कीजिए।
5. In how many ways can the letters of English alphabet be arranged so that there are exactly seven letters between a and b?
अंग्रेजी वर्णमाला के अक्षरों का कितने प्रकार से विन्यास किया जा सकता है कि अक्षरों a और b के मध्य ठीक सात अक्षर रहे?
6. If each element of a group (G, \cdot) is such that $a^2 = e$, then prove that G is abelian group.
यदि किसी समूह (G, \cdot) का प्रत्येक अवयव a इस प्रकार है कि $a^2 = e$, तो सिद्ध कीजिए कि G एक आबेली समूह है।
7. If T is binary tree with n vertices and of height h, then prove that –

$$h + 1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1$$
यदि द्विचर वृक्ष T में n शीर्ष तथा वृक्ष की ऊँचाई h है, तब सिद्ध कीजिए –

$$h + 1 \leq n \leq 2^{h+1} - 1$$
8. Let $G = (V, T, P, S)$ where $V = \{S, A, a, b, c\}$, $T = \{a, b, c\}$, S is initial symbol and $P = \{S \rightarrow aS, S \rightarrow bA, A \rightarrow bA, A \rightarrow c\}$; then find language $L(G)$ of G.
माना $G = (V, T, P, S)$ जहाँ $V = \{S, A, a, b, c\}$, $T = \{a, b, c\}$, S प्रारम्भिक प्रतीक है तथा $P = \{S \rightarrow aS, S \rightarrow bA, A \rightarrow bA, A \rightarrow c\}$; तब G की भाषा $L(G)$ ज्ञात कीजिए।
9. Let $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ be a Boolean algebra, then for all elements $a \in B$ prove that -
(ii) $a + a = a$ (ii) $a \cdot a = a$
माना $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$ एक बूलीय बीजगणित है, तब सभी अवयवों $a \in B$ को लिए सिद्ध करो –
(i) $a + a = a$ (ii) $a \cdot a = a$

Section-C

2×10=20

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries **10** marks.

खण्ड-‘स’

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **10** अंक का है।

10. If $f : x \rightarrow y$ and $g : y \rightarrow z$ are one-one onto functions, then show that the composite function $gof : x \rightarrow z$ is also one-one onto and $(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$.
यदि फलन $f : x \rightarrow y$ तथा $g : y \rightarrow z$ एकैकी आच्छादक फलन है, तो सिद्ध करो कि f और g का संयोजित फलन $gof : x \rightarrow z$ भी एकैकी आच्छादक है तथा $(gof)^{-1} = f^{-1}og^{-1}$
11. If $G = (V, E)$ is a connected graph, then show that G is bipartite if and only if G contains no odd cycle.
यदि $G = (V, E)$ एक सम्बद्ध ग्राफ है, तब सिद्ध करो कि G द्विखण्डी है यदि और केवल यदि G में कोई विषम चक्र नहीं है।
12. State and prove Euler formula for planar graph.
समतलीय ग्राफ के लिए आयतन सूत्र का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।
13. Express the following Boolean function in their CNF (Conjunctive Normal Form) -
(i) $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1' + x_2') \cdot x_1$
(ii) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 \cdot x_2 + x_1' \cdot x_3)'$
निम्न बूलीय फलनों को संयोजनीय प्रसामान्य रूप से व्यक्त कीजिए –
(i) $f(x_1, x_2) = (x_1 + x_2) \cdot (x_1' + x_2') \cdot x_1$
(ii) $f(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (x_1 \cdot x_2 + x_1' \cdot x_3)'$
-