

**MPH-02**

**December - Examination 2025**

**M.Sc. (Previous) Examination**

**PHYSICS**

**Mathematical Physics & Numerical Analysis**

**गणितीय भौतिकी एवं सांख्यिकी विश्लेषण**

**Paper : MPH-02**

[Time: 3 Hours]

[Maximum Marks: 80]

**Note:-** The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes.

**You are allowed to use a non-programmable calculator, however sharing of calculators is not allowed.**

**निर्देश :-** यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। दिए गए निर्देशों के अनुसार उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। **आपको बिना प्रोग्रामिंग वाले कैल्कुलेटर के उपयोग की अनुमति है, परन्तु कैल्कुलेटर के हस्तांतरण की अनुमति नहीं है।**

**Section-A**

**8×2=16**

**(Very Short Answer Type Questions)**

**Note :-** Answer **all** the questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries **2** marks.

**खण्ड—'अ'**

**(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश :-** सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **2** अंक का है।

1. (i) What is the order of pole at  $z = 3$  for given function  $4(z - 3)^{-4}$ ?

फलन  $4(z - 3)^{-4}$  के लिए  $z = 3$  पर ध्रुव की कोटि क्या होगी?

(ii) Consider the complex function  $z$  in polar form. Here  $z = x + iy$ , then

$\log_e z = \log_e r + b\phi$ . What does **b** represent?

सम्मिश्र फलन  $z$  को ध्रुवीय रूप से लीजिए। यहाँ  $z = x + iy$ , तब

$\log_e z = \log_e r + b\phi$  है, तो **b** क्या प्रदर्शित करता है?

(iii) If matrix is  $N = \begin{bmatrix} 6 & -12 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$ , identify the name of matrix  $N^2$ .

यदि मैट्रिक्स  $N = \begin{bmatrix} 6 & -12 \\ 3 & -6 \end{bmatrix}$  है, तो मैट्रिक्स  $N^2$  के नाम की पहचान करिए।

(iv) Find the unit vectors normal to the surface  $z + 2xy = 9$  at the point  $(1, -1, 1)$ .

सतह  $z + 2xy = 9$  के लम्बवत इकाई सदिशों को बिंदु  $(1, -1, 1)$  पर ज्ञात कीजिए।

(v) Find the Laplace transform of following -

$$\frac{-3}{\sqrt{t}}$$

निम्न का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए -

$$\frac{-3}{\sqrt{t}}$$

(vi) Represent the following complex number on graph -

$$6[\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ]$$

निम्न सम्मिश्र संख्या को ग्राफ में प्रदर्शित करिए -

$$6[\cos 240^\circ + i \sin 240^\circ]$$

(vii)  $\frac{z+3}{z^2(z-1)^2(z+1)}$  has a pole of order 2 at  $z = a$ , also a simple pole at  $z = b$ .

Write the values of  $a$  and  $b$ .

फलन  $\frac{z+3}{z^2(z-1)^2(z+1)}$  के  $z = a$  पर 2 ध्रुव कोटि का है व  $z = b$  पर साधारण ध्रुव

है, तो  $a$  तथा  $b$  के मान लिखिए।

(viii)  $dr = \frac{\vec{A} \cdot d\vec{r}}{r}$  Here  $\vec{r}$  is a position vector. What does  $\vec{A}$  represent?

यदि  $dr = \frac{\vec{A} \cdot d\vec{r}}{r}$  यहाँ स्थिति सदिश  $\vec{r}$  है। यहाँ  $\vec{A}$  क्या प्रदर्शित करता है?

## (Short Answer Type Questions)

**Note :-** Answer **any four** questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries **8** marks.

खण्ड—'ब'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :-** किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न **8** अंक का है।

2. Evaluate  $\int_C \frac{z+4}{z^2+2z+5} dz$  where C is the circle  $|z+1|=1$ .

समाकल  $\int_C \frac{z+4}{z^2+2z+5} dz$  को ज्ञात करो। जहाँ C वृत्त  $|z+1|=1$  है।

3. Find the Fourier Cosine transform of -

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{for } 0 < x < \frac{1}{2} \\ 1-x & \text{for } \frac{1}{2} < x < 1 \\ 0 & \text{for } x > 1 \end{cases}$$

फोरिएर कोज्या रूपान्तर ज्ञात करो यदि -

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{for } 0 < x < \frac{1}{2} \\ 1-x & \text{for } \frac{1}{2} < x < 1 \\ 0 & \text{for } x > 1 \end{cases}$$

4.  $2 + 2x + \frac{1}{2}x^2 = aP_0(x) + bP_1(x) + cP_2(x)$

Here  $P_n(x)$  is Legendre polynomial. Find the values of a, b, c.

यदि  $2 + 2x + \frac{1}{2}x^2 = aP_0(x) + bP_1(x) + cP_2(x)$

यहाँ  $P_n(x)$  लिजेंद्रे बहुपद है। a, b, c के मान ज्ञात कीजिए।

5. Construct an analytic function –

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y), \text{ where } v(x, y) = 6xy - 5x + 3$$

Express the result as a function of  $z$ .

निम्न फलन को एनेलिटिक फलन के रूप में बनाइए –

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y), \text{ जहाँ } v(x, y) = 6xy - 5x + 3$$

परिणाम को फलन  $z$  के रूप में व्यक्त करिए।

6. Using Newton Raphson method, find  $(12)^{\frac{1}{3}}$

न्यूटन रेफसन सूत्र का उपयोग करते हुए  $(12)^{\frac{1}{3}}$  का मान ज्ञात करो।

7. Expand  $f(x) = x$ ,  $0 < x < 2$  in half range Fourier sine series.

फलन  $f(x) = x$ ,  $0 < x < 2$  को अर्ध परास फुरिअर sine श्रेणी में विस्तार करिए।

8. Find the Fourier transform of the slit function  $f(x)$  defined as -

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} & ; |x| \leq \varepsilon \\ 0 & ; |x| > \varepsilon \end{cases}$$

Also determine the limit of this transform as  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0}$

स्लिट फलन  $f(x)$  का फुरियर रूपांतर ज्ञात करो –

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon} & ; |x| \leq \varepsilon \\ 0 & ; |x| > \varepsilon \end{cases}$$

इस रूपांतर की सीमा  $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0}$  के लिए ज्ञात करो।

9. Evaluate  $I = \pi \int_0^1 y^2 dx$  by dividing the range into four equal parts using  $\frac{1}{3}$  Simpson's

rule. Here

x	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0
$y^2$	1.0	0.9793	0.9195	0.8261	0.7081

समाकल  $I = \pi \int_0^1 y^2 dx$  का मान परास को चार बराबर भागों में बाँटते हुए  $\frac{1}{3}$  सिम्पसन नियम

से ज्ञात करो। यहाँ

x	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0
$y^2$	1.0	0.9793	0.9195	0.8261	0.7081

## (Long Answer Type Questions)

**Note :-** Answer **any two** questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries **16** marks.

खण्ड-‘स’

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश :-** किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए।  
प्रत्येक प्रश्न **16** अंक का है।

10. (A) Use Newton Gregory forward difference interpolation formula to compute  $y(3.62)$  from the following table -

x	3.60	3.65	3.70	3.75
y	36.598	38.475	40.447	45.521

न्यूटन ग्रेगोरी अग्रंतर अंतर्वेशन सूत्र का प्रयोग कर निम्न सारणी से  $y(3.62)$  की गणना कीजिए –

x	3.60	3.65	3.70	3.75
y	36.598	38.475	40.447	45.521

- (B) Check that following matrix is Hermitian or not -

$$A = \begin{bmatrix} 1 & (1-i) & 2 \\ (1+i) & 3 & i \\ 2 & -i & 0 \end{bmatrix}$$

यह जाँच करो कि निम्न मैट्रिक्स हर्मिशियन है अथवा नहीं –

$$A = \begin{bmatrix} 1 & (1-i) & 2 \\ (1+i) & 3 & i \\ 2 & -i & 0 \end{bmatrix}$$

11. (A) Given  $f(z) = \begin{cases} \frac{(z^*)^2}{z} & ; z \neq 0 \\ 0 & ; z = 0 \end{cases}$

Here  $z^* = x - iy$

Check that at  $z = 0$  Cauchy-Riemann conditions are satisfied or not?

दिया है  $f(z) = \begin{cases} \frac{(z^*)^2}{z} & ; z \neq 0 \\ 0 & ; z = 0 \end{cases}$

यहाँ  $z^* = x - iy$

यह जाँचिए कि  $z = 0$  पर कोचि रिमान शर्तें संतुष्ट होती हैं अथवा नहीं।

(B) Solve  $z^2(p + q) = x^2 + y^2$

Here symbols have usual meaning in partial differential equation.

$z^2(p + q) = x^2 + y^2$  को हल करें।

यहाँ आंशिक अवकल समीकरण में प्रतीकों के सामान्य प्रचलित अर्थ हैं।

12. (A) A particle moves in the  $(x, y)$  plane so that its position  $(x, y)$  as a function of time  $t$  is given by  $z = x + iy = \frac{i + 2t}{t - i}$ . Find the magnitude of its velocity.

एक कण तल  $(x, y)$  में गति कर रहा है ताकि इसकी स्थिति  $(x, y)$  समय  $t$  के फलन के रूप में निम्न तरह से दी जा रही है

$$z = x + iy = \frac{i + 2t}{t - i}$$

इसके वेग का परिणाम ज्ञात करिए।

(B) Evaluate the integral  $\int_C \frac{dz}{(z - z_0)^{n+1}}$

where  $C$  is a circle of radius  $r$  and center at  $z_0$  and  $n$  is an integer.

निम्न समाकल ज्ञात कीजिए –

$$\int_C \frac{dz}{(z - z_0)^{n+1}}$$

जहाँ  $C$  एक वृत्त है जिसकी त्रिज्या  $r$  है तथा  $z_0$  केन्द्र है जहाँ  $n$  पूर्णांक है।

13. Sketch the three dimensional region R bounded by -

$$x + y + z = a, x = 0, y = 0, z = 0, \text{ where } a > 0$$

Also give the physical interpretation to the integral

$$\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

Also evaluate the integral -

$$\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

त्रिविमीय क्षेत्र R को चित्रित कीजिए जो कि निम्न वक्र द्वारा परिबद्ध है -

$$x + y + z = a, x = 0, y = 0, z = 0, \text{ जहाँ } a > 0$$

निम्न समाकल का भौतिक महत्ता दीजिए -

$$\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

व समाकल को भी ज्ञात कीजिए -

$$\iiint_R (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz$$

-----