MT–06

December – Examination 2023

B.A./B.Sc. (Part II) Examination

MATHEMATICS

(Numerical Analysis and Vector Calculus)

Paper : MT-06

*Time : **3** Hours*] [*Maximum Marks : **46***

Note :– The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section–A 6×1=6

(Very Short Answer Type Questions)

Note :– Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

खण्ड–अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Evaluate :

$$\Delta^2 (ae^x) .$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$\Delta^2 (ae^x) .$$

(ii) Evaluate :

$$D \log f(x).$$

मान ज्ञात कीजिए :

$$D \log f(x).$$

(iii) Write the relation between μ and δ.

μ तथा δ के मध्य सम्बन्ध लिखिए।

(iv) Write formula for Lagrange's method for inverse interpolation.

प्रतिलोम अन्तर्वेशन के लिए लैग्रांज सूत्र लिखिए।

(v) Write Weddle's formula.

वेडले का सूत्र लिखिए।

(vi) $\nabla \times (\nabla \times \vec{a}) = ?$

$\nabla \times (\nabla \times \vec{a}) = ?$

Section–B **4×5=20**

(Short Answer Type Questions)

Note :– Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Show that :

$$xE^m = (x + m - 1)^{(m)} E^m.$$

प्रदर्शित कीजिए :

$$xE^m = (x + m - 1)^{(m)} E^m.$$

3. Given the following data find $f(x)$ as a polynomial in powers of $(x - 5)$.

x	$f(x)$
0	4
2	26
3	58
4	112
7	466
9	922

निम्नलिखित दिये गये आँकड़ों से $(x - 5)$ की घात वाला बहुपद $f(x)$ ज्ञात कीजिए :

x	$f(x)$
0	4
2	26

3	58
4	112
7	466
9	922

4. Find root of the equation $x^3 - 9x - 14 = 0$ which lies between 3 and 4.

   समीकरण $x^3 - 9x - 14 = 0$ का 3 तथा 4 के मध्य वाला मूल ज्ञात कीजिए।

5. Find the value of the following correct to four decimal places :

$$\int_0^1 x^x \, dx.$$

   निम्नलिखित समाकल का मान चार दशमलव तक ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^1 x^x \, dx.$$

6. Find root of the following equation correct to four decimal places by Newton-Raphson method :

$$x^2 + 4 \sin x = 0.$$

निम्नलिखित समीकरण का न्यूटन-रैफसन विधि से चार दशमलव स्थानों तक मूल ज्ञात कीजिए :

$$x^2 + 4 \sin x = 0.$$

7. Show that :

$$\text{div } (r \text{ grad } r^{-3}) = \nabla \cdot (r\nabla(r^{-3})) = 3r^{-4}.$$

   सिद्ध कीजिए :

$$\text{div } (r \text{ grad } r^{-3}) = \nabla \cdot (r\nabla(r^{-3})) = 3r^{-4}.$$

8. Prove by Stokes theorem :

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = 0$$

   i.e., $\text{div curl } \vec{F} = 0.$

   स्टोक्स प्रमेय से सिद्ध कीजिए :

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{F}) = 0$$

   i.e., $\text{div curl } \vec{F} = 0.$

Section–C 2×10=20

(Long Answer Type Questions)

Note :– Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

9. Derive Newton's divided difference formula for unequal intervals.

   असमान अन्तराल के लिए न्यूटन का विभाजित अन्तर सूत्र प्रतिपादित कीजिए।

10. Prove that :

$$\delta [f(x)\, g(x)] = \mu f(x)\, \delta g(x) + \mu g(x)\, \delta f(x).$$

सिद्ध कीजिए :

$$\delta [f(x)\, g(x)] = \mu f(x)\, \delta g(x) + \mu g(x)\, \delta f(x).$$

11. Determine value by Simpson's $\frac{3}{8}$ Rule :

$$\int_{0.2}^{1.4} (\sin x - \log_e x + e^x)\, dx.$$

सिम्पसन के $\frac{3}{8}$ नियम द्वारा मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_{0.2}^{1.4} (\sin x - \log_e x + e^x)\, dx.$$

12. Prove that :

$$\int_c \phi\, dr = \int_s (\hat{n} \times \nabla \phi)\, ds.$$

सिद्ध कीजिए :

$$\int_c \phi\, dr = \int_s (\hat{n} \times \nabla \phi)\, ds.$$