

MT-05

December – Examination 2023

B.A./B.Sc. (Part II) Examination

MATHEMATICS

(Differential Equations)

Paper : (MT-05)

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 47

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

Section-A

7×1=7

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

MT-05/8

(1)

TC-295 Turn Over

खण्ड—अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Solve :

$$\cot x dx + \frac{e^y}{e^y + 1} dy = 0$$

हल कीजिए :

$$\cot x dx + \frac{e^y}{e^y + 1} dy = 0$$

(ii) Find integrating factor of Differential equation :

$$\frac{dy}{dx} + y \sec^2 x = \sec^2 x \tan x$$

अवकल समीकरण का समाकलन गुणांक ज्ञात कीजिए :

$$\frac{dy}{dx} + y \sec^2 x = \sec^2 x \tan x$$

(iii) Examine differential equation :

$$2x \left(ye^{x^2} - 1 \right) dx + e^{x^2} dy = 0$$

to be exact.

MT-05/8

(2)

TC-295

अवकल समीकरण :

$$2x \left(ye^{x^2} - 1 \right) dx + e^{x^2} dy = 0$$

की यथार्थता की जाँच कीजिए।

(iv) Solve :

$$y = px + \frac{p}{p-1}$$

हल कीजिए :

$$y = px + \frac{p}{p-1}$$

(v) Solve $(D^3 - 6D^2 + 11D - 6)y = 0$.

हल कीजिए $(D^3 - 6D^2 + 11D - 6)y = 0$.

(vi) Write geometrical meaning of equation :

$$\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$$

समीकरण $\frac{dx}{P} = \frac{dy}{Q} = \frac{dz}{R}$ का ज्यामितीय अर्थ लिखिए।

(vii) Define order and degree of partial differential equation.

आंशिक अवकल समीकरण की कोटि व घात को परिभाषित कीजिए।

Section-B

4×5=20

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

खण्ड-ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Solve :

$$y(x^2y^2 + 2) dx + x(2 - 2x^2y^2)dy = 0$$

हल कीजिए :

$$y(x^2y^2 + 2) dx + x(2 - 2x^2y^2)dy = 0$$

3. Solve :

$$(1 - x^2) \frac{dy}{dx} + xy = xy^2$$

हल कीजिए :

$$(1 - x^2) \frac{dy}{dx} + xy = xy^2$$

4. Solve completely :

$$p^2 + 2py \cot x = y^2$$

पूर्णतः हल कीजिए :

$$p^2 + 2py \cot x = y^2$$

5. Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \tan ax$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + a^2 y = \tan ax$$

6. Solve :

$$x \frac{dy}{dx} - y = (x-1) \left(\frac{d^2 y}{dx^2} - x + 1 \right)$$

हल कीजिए :

$$x \frac{dy}{dx} - y = (x-1) \left(\frac{d^2 y}{dx^2} - x + 1 \right)$$

7. Solve :

$$(x+2) \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x+5) \frac{dy}{dx} + 2y = (x+1)e^x$$

हल कीजिए :

$$(x+2) \frac{d^2 y}{dx^2} - (2x+5) \frac{dy}{dx} + 2y = (x+1)e^x$$

8. Solve :

$$x(y^2 - z^2)p - y(x^2 + z^2)q = (x^2 + y^2)z$$

हल कीजिए :

$$x(y^2 - z^2)p - y(x^2 + z^2)q = (x^2 + y^2)z$$

9. Solve :

$$(D^2 - DD' - 2D'^2) z = (2x^2 + xy - y^2)$$

$$\sin xy - \cos xy$$

हल कीजिए :

$$(D^2 - DD' - 2D'^2) z = (2x^2 + xy - y^2)$$

$$\sin xy - \cos xy$$

Section-C

2×10=20

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

खण्ड-स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. (a) Solve :

$$(xy \sin xy + \cos xy) y dx + (xy \sin xy - \cos xy)$$

$$x dy = 0$$

हल कीजिए :

$$(xy \sin xy + \cos xy) y dx + (xy \sin xy - \cos xy) x dy = 0$$

(b) Solve :

$$2 \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dz}{dx} - 4y = 2x$$

$$2 \frac{dy}{dx} + 4 \frac{dz}{dx} - 3z = 0$$

हल कीजिए :

$$2 \frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{dz}{dx} - 4y = 2x$$

$$2 \frac{dy}{dx} + 4 \frac{dz}{dx} - 3z = 0$$

11. (a) Find singular solution of $4xp^2 = (3x - a)^2$.

$4xp^2 = (3x - a)^2$ का विचित्र हल ज्ञात कीजिए।

(b) Solve :

$$\frac{dx}{\cos(x+y)} = \frac{dy}{\sin(x+y)} = \frac{dz}{z}$$

हल कीजिए :

$$\frac{dx}{\cos(x+y)} = \frac{dy}{\sin(x+y)} = \frac{dz}{z}$$

12. (a) Solve :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{x^2}$$

हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 4x \frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{x^2}$$

(b) Solve by method of variation of parameter :

$$(1+x) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = (1-x)^2$$

प्राचल विचरण विधि द्वारा हल कीजिए :

$$(1+x) \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = (1-x)^2$$

13. (a) Solve :

$$(y^3 x - 2x^4)p + (2y^4 - x^3 y)q = 9z(x^3 - y^3)$$

हल कीजिए :

$$(y^3 x - 2x^4)p + (2y^4 - x^3 y)q = 9z(x^3 - y^3)$$

(b) Solve by Charpit method :

$$q - (z^2 + p^2 x^2 + 2pzx) = 0$$

शार्पी विधि से हल कीजिए :

$$q - (z^2 + p^2 x^2 + 2pzx) = 0$$