

MT–03

December – Examination 2023

B.A./B.Sc. (Part I) Examination**MATHEMATICS****(Co-ordinate Geometry and
Mathematical Programming)****Paper : MT–03***Time : 3 Hours]**[Maximum Marks : 46*

Note :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

(Very Short Answer Type Questions)

Note :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

खण्ड—अ**(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)**

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Write a general equation of a Conic Section.

शांकव परिच्छेद का व्यापक समीकरण बताइए।

(ii) Find the radius and center of the sphere :

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y + 2z - 5 = 0$$

गोले :

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 2x + 4y + 2z - 5 = 0$$

का केन्द्र एवं त्रिज्या बताइए।

(iii) Write coordinates of Pole.

ध्रुव के निर्देशांक बताइए।

(iv) What do you mean by Feasible solution of linear programming problem ?

रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के ससंगत हल से आप क्या समझते हैं ?

(v) Write dual problem for the following linear programming problem :

Minimize :

$$Z_p = CX$$

Subject to : $AX \geq b$

and $X \geq 0$.

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के लिए द्वैती समस्या

लिखिए :

निम्नतम :

$$Z_p = CX$$

प्रतिबन्ध : $AX \geq b$

एवं $X \geq 0$.

(vi) State reduction theorem for assignment problem.

नियतन समस्याओं के लिए समानयन प्रमेय का कथन कीजिये।

Section-B

4×5=20

(Short Answer Type Questions)

Note :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. Prove that a general equation of second order always represents a conic.

सिद्ध कीजिये कि एक व्यापक द्विघाती समीकरण सदैव एक शांकव को निरूपित करता है।

3. A plane passing through constant point (a, b, c) and cuts coordinate axis at A, B and C. Prove that the locus of center of sphere OABC is :

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$$

where O is origin $(0, 0, 0)$.

एक समतल स्थिर बिन्दु (a, b, c) से होकर गुजरता है और निर्देशांक अक्ष को A, B और C पर काटता है। सिद्ध कीजिए कि गोले OABC के केन्द्र का बिन्दुपथ :

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 2$$

है, जहाँ O मूल बिन्दु $(0, 0, 0)$ है।

4. Find the equation of a right circular cylinder whose radius is 3 and whose axis passes through the point $(1, -1, 2)$ having direction ratios 2, -1, 3.

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 3, अक्ष $(1, -1, 2)$ से जाती है तथा उसकी दिक् अनुपात 2, -1 व 3 है।

5. Two sphere of radius r_1 and r_2 cut orthogonally, then prove that the radius of their common circle is :

$$\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}} .$$

r_1 और r_2 त्रिज्या के दो गोले लाम्बिक रूप से काटते हैं, तो

सिद्ध कीजिए कि उभयनिष्ठ वृत्त की त्रिज्या $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$ है।

6. Prove that the equation $\sqrt{fx} + \sqrt{gy} + \sqrt{hz} = 0$ represents a cone that touches the co-ordinate planes and that the equation of the reciprocal cone is $fyz + gzx + hxy = 0$.

सिद्ध कीजिए कि समीकरण $\sqrt{fx} + \sqrt{gy} + \sqrt{hz} = 0$ ऐसे शंकु को प्रदर्शित करती है जो निर्देश समतलों को स्पर्श करता है तथा व्युत्क्रम शंकु का समीकरण $fyz + gzx + hxy = 0$ है।

7. Prove that set of all convex combinations of finite points is a convex set.

सिद्ध कीजिए कि परिमित बिन्दुओं के सभी अवमुख संयोजनों का समुच्चय एक अवमुख समुच्चय है।

8. Solve the following linear programming problem :

Maximum :

$$Z = -5x_1 + 3x_2$$

$$2x_1 - x_2 \leq 15$$

Subject to :

$$x_1 - 3x_2 \leq 5$$

and

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या को हल कीजिए :

अधिकतम :

$$Z = -5x_1 + 3x_2$$

$$2x_1 - x_2 \leq 15$$

प्रतिबन्ध :

$$x_1 - 3x_2 \leq 5$$

एवं

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

9. Write dual problem for the following linear programming problem :

Maximum :

$$Z_p = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 = 6$$

Subject to :

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4$$

and

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामिंग समस्या के लिए द्वैती समस्या

लिखिए :

अधिकतम :

$$Z_p = 2x_1 + 3x_2 + x_3$$

$$4x_1 + 3x_2 + x_3 = 6$$

प्रतिबन्ध :

$$x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4$$

एवं

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

Section-C

2×10=20

(Long Answer Type Questions)

Note :- Answer any *two* questions. You have to delimit

your each answer maximum up to **500** words.

Each question carries 10 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. The tangent plane at any point on the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ makes intercepts a, b, c on the co-ordinates axis, then prove that :

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{r^2}.$$

गोला $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ के किसी बिन्दु पर खींचा गया स्पर्श समतल निर्देशी अक्षों से क्रमशः a, b, c अन्तःखण्ड काटता है। तो सिद्ध कीजिए :

$$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = \frac{1}{r^2}.$$

11. Tangent planes are drawn from the point (α, β, μ) to the ellipsoid :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

Show that the perpendicular drawn from the origin on them generate the cone :

$$(\alpha x + \beta y + \mu z)^2 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2.$$

दीर्घवृत्तज :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$$

पर बिन्दु (α, β, μ) से स्पर्श समतल खींचे गये हैं। सिद्ध कीजिए कि उन पर मूल बिन्दु से डाले गए लम्ब द्वारा निम्न शंकु बनता है :

$$(\alpha x + \beta y + \mu z)^2 = a^2 x^2 + b^2 y^2 + c^2 z^2.$$

12. Use Simplex method to solve the following linear

programming problem :

Minimize : $Z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$

$$3x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 7$$

Subject to : $-2x_1 + 4x_2 \leq 12$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

and $x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या को सिम्पलेक्स विधि द्वारा

हल कीजिए :

निम्नतम : $Z = x_1 - 3x_2 + 2x_3$

$$3x_1 - x_2 + 3x_3 \leq 7$$

प्रतिबन्ध : $-2x_1 + 4x_2 \leq 12$

$$-4x_1 + 3x_2 + 8x_3 \leq 10$$

एवं $x_1, x_2, x_3 \geq 0.$

13. Solve the following transportation problem for

minimum cost :

Factory	Destination					Availability
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	
P ₁	4	1	3	4	4	60
P ₂	2	3	2	2	3	35
P ₃	3	5	2	4	4	40
Demand	22	45	20	18	20	135

निम्न परिवहन समस्या को न्यूनतम लागत के लिए हल कीजिए :

कारखाना	गन्तव्य					उपलब्धता
	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	
P ₁	4	1	3	4	4	60
P ₂	2	3	2	2	3	35
P ₃	3	5	2	4	4	40
माँग	22	45	20	18	20	135