

**MT-01**

**December – Examination 2023**

**B.A./B.Sc. (Part I) Examination**

**MATHEMATICS**

**(Discrete Mathematics)**

**Paper : MT-01**

*Time : 3 Hours ]*

*[ Maximum Marks : 47*

**Note** :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions.

**निर्देश** :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

**Section-A**

**7×1=7**

**(Very Short Answer Type Questions)**

**Note** :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

*MT-01/8*

( 1 )

**TC-291** Turn Over

**खण्ड—अ**

**(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश** :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) If :  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

and  $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

then find  $A\Delta B$  (symmetric difference of sets A and B).

यदि :  $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

तथा  $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

तब  $A\Delta B$  (समुच्चय A व B का सममित अंतर) ज्ञात कीजिए।

(ii) Define Monoid.

मोनोएड को परिभाषित कीजिए।

(iii) Define power of language.

भाषा की क्षमता को परिभाषित कीजिए।

*MT-01/8*

( 2 )

**TC-291**

(iv) For any element 'a' of Boolean algebra  $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$  show that  $a + a = a$ .

बूलीय बीजगणित  $\langle B, +, \cdot, ', 0, 1 \rangle$  के किसी अवयव 'a' के लिए प्रदर्शित कीजिए कि  $a + a = a$ ।

(v) Define accumulated sum of a numeric function.

संख्यांक फलन के संचित योग को परिभाषित कीजिए।

(vi) Define Pendent Vertex.

अन्तक्षेपी फलन को परिभाषित कीजिए।

(vii) Define Binary tree.

द्विचर वृक्ष को परिभाषित कीजिए।

### Section-B

4×5=20

### (Short Answer Type Questions)

**Note** :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

### खण्ड—ब

### (लघु उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश** :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. If  $a, b, c$  and  $d$  are elements of lattice  $(A, \leq)$  such that  $a \leq b, c \leq d$ , then show that :

$$a \vee c \leq b \vee d$$

यदि  $a, b, c$  व  $d$  जालक  $(A, \leq)$  के अवयव इस प्रकार हैं कि  $a \leq b, c \leq d$  तब प्रदर्शित कीजिए कि :

$$a \vee c \leq b \vee d$$

3. How many different words can be made by letters of word 'DOGMATIC' if :

(i) All three vowels O, A and I always remains together

(ii) Three vowels O, A and I never remains together

'DOGMATIC' शब्द के अक्षरों से कितने भिन्न शब्द बनाये जा सकते हैं, यदि :

(i) तीनों स्वर O, A, I सदैव साथ रहें।

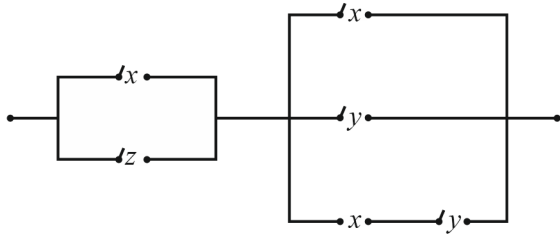
(ii) तीनों स्वर O, A, I कभी साथ न रहें।

4. Explain finite state automata.

परिमिति अवस्था ऑटोमेटा को समझाइए।

5. Find simplified form of the following switching circuit :

निम्न स्विचन परिपथ का सरल रूप ज्ञात कीजिए :



6. Solve linear recurrence relations by method of generating function :

$$a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r, r \geq 0$$

रेखिक पुनरावृत्ति सम्बन्ध को जनक फलन की विधि से हल कीजिए :

$$a_{r+2} - 2a_{r+1} + a_r = 2^r, r \geq 0$$

7. If in a simple graph G of 6 vertices has  $k$  connected components ( $k \geq 1$ ), then prove that number of edges in G should not be exceed, then

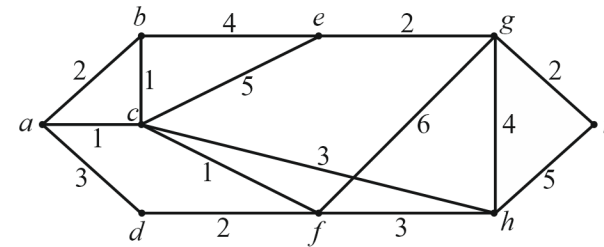
$$\frac{1}{2}(n-k)(n-k+1).$$

यदि 6 शीर्षों पर सरल ग्राफ G में  $k$  सम्बद्ध घटक ( $k \geq 1$ ) हैं, तब सिद्ध कीजिए कि G में कोरों की संख्या

$$\frac{1}{2}(n-k)(n-k+1) \text{ से अधिक नहीं हो सकती है।}$$

8. Find the shortest path and value of shortest path between vertices  $a$  and  $i$  in the following weighted graph. (Vertex  $a$  is the origin vertex).

निम्न भारित ग्राफ में शीर्षों  $a$  तथा  $i$  के मध्य लघुतम मार्ग तथा लघुतम मार्ग का मान ज्ञात कीजिए। (शीर्ष  $a$  उद्गम शीर्ष है)



9. Prove that every non-trivial tree has at least two pendent vertices.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक अतुच्छ वृक्ष में कम-से-कम दो निलम्बी शीर्ष होते हैं।

**Section-C**

**2×10=20**

**(Long Answer Type Questions)**

**Note** :- Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 500 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. For any sets A, B and C prove that :

- (i)  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$   
(ii)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

किन्हीं समुच्चयों A, B तथा C के लिए सिद्ध कीजिए कि :

- (i)  $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$   
(ii)  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

11. (i) Prove that the set G of  $m \times n$  matrices whose elements are complex numbers is the Abelian group for the operation of addition of matrices.

सिद्ध कीजिए कि  $m \times n$  आव्यूहों, जिनके अवयव सम्मिश्र संख्याएँ हैं, का समुच्चय G आव्यूहों के योग की संक्रिया के लिए आबेली समूह है।

(ii) Explain type three grammar.

तृतीय प्रकार के व्याकरण को समझाइए।

12. (i) Prove that there cannot be exactly three unequal elements in any Boolean algebra.

सिद्ध कीजिए कि किसी बूलीय बीजगणित में यथार्थतः तीन असमान अवयव नहीं हो सकते हैं।

(ii) If  $a, b, c$  are non-negative integers, where  $2 \leq a \leq 5, 3 \leq b \leq 6, 4 \leq c \leq 7$ , then find number of all solutions of equation  $a + b + c = 17$ .

यदि  $a, b, c$  अऋणात्मक (non-negative) पूर्णांक हैं, जहाँ  $2 \leq a \leq 5, 3 \leq b \leq 6, 4 \leq c \leq 7$ , तब समीकरण  $a + b + c = 17$  के समस्त हलों की संख्या ज्ञात कीजिए।

13. (i) Prove that every simple planar graph has at least one vertex of degree 5 or less than 5.

सिद्ध कीजिए कि प्रत्येक सरल समतलीय ग्राफ में कम-से-कम एक शीर्ष की कोटि 5 अथवा 5 से कम होती है।

(ii) Write incidence matrix of given non-directed graph :

दिए गए अदिष्ट ग्राफ का आपतन आव्यूह लिखिए :

