MPH–04

December – Examination 2023

M.Sc. (Previous) Examination

PHYSICS

(Classical Electrodynamics and Special Theory of Relativity)

चिरसम्मत विद्युतगतिकी एवं सापेक्षिकता का विशिष्ट सिद्धान्त

Paper : MPH-04

*Time : **3** Hours*] [*Maximum Marks : **80***

Note :– The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. In case of any discrepancy, the English version will be final for all purposes. Calculators are not allowed.

निर्देश :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। किसी भी विसंगति की स्थिति में अंग्रेजी रूप ही अंतिम माना जायेगा। कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति नहीं है।

Section–A **8×2=16**

(Very Short Answer Type Questions)

Note :– Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 2 marks.

खण्ड–अ

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 2 अंक का है।

1. (i) Magnetic vector potential is given by :

$$\vec{A} = 3B_0 x \hat{j}$$

Here B_0 is constant. By writing all steps, check that whether magnetic field is uniform or not ?

चुम्बकीय सदिश विभव $\vec{A} = 3B_0 x \hat{j}$ है। यहाँ B_0 अचर है। यहाँ सभी पदों को लिखते हुए जांचिए कि चुम्बकीय क्षेत्र अचर है अथवा नहीं ?

(ii) Electric potential is given (in spherical coordinates) by :

$$V = \frac{3}{r}\sin\theta$$

Find the expression for electric field.

गोलीय निर्देशांकों में विद्युत विभव $V = \frac{3}{r}\sin\theta$ है। विद्युत क्षेत्र का व्यंजक ज्ञात कीजिए।

(iii) Consider the imaginary situation in which electromagnetic wave in medium is given by :

$$\vec{F} = E_0 \sin(12y + 5z - 13\times10^6 t)\hat{i}$$

What is the speed of wave inside the medium ? Here all units are in S.I.

एक काल्पनिक स्थिति को लीजिए जिसमें माध्यम में विद्युत-चुम्बकीय तरंग निम्न है :

$$\vec{F} = E_0 \sin(12y + 5z - 13\times10^6 t)\hat{i}$$

तरंग की माध्यम में चाल क्या होगी ? यहाँ सभी इकाइयाँ S.I. में हैं।

(iv) If electric field $\vec{E} = \beta(2x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$, then using Gauss law find the value of charge density at point (1, 0, 0).

यदि विद्युत क्षेत्र $\vec{E} = \beta(2x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k})$ है तो गॉस के नियम से बिन्दु (1, 0, 0) पर आवेश घनत्व ज्ञात कीजिए।

(v) Magnetostatic magnetic field :

$$\vec{B} = ax\hat{i} + 2by\hat{j}$$

Here *a*, *b* are constants. Find the relation between *a*, *b*.

स्थिरचुम्बकी चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B} = ax\hat{i} + 2by\hat{j}$ है। यहाँ a, b अचर हैं। यहाँ a, b के मध्य सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

(vi) At certain instant of time, electric field and magnetic field are :

$\vec{E} = -3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{k}$

respectively at a given position. What is the power transmitted per unit area at that instant of time at that position ? Here all units are in S.I.

किसी क्षण पर किसी जगह पर विद्युत एवं चुम्बकीय क्षेत्र क्रमश :

$\vec{E} = -3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ और $\vec{B} = 2\hat{i} + 3\hat{k}$

है। उस स्थिति पर दिए गए क्षण पर प्रति इकाई क्षेत्रफल से संचरित शक्ति क्या होगी ? यहाँ सभी इकाइयाँ S.I. में हैं।

(vii) If electric field $\vec{E} = 4(2y\hat{i} + x\hat{j})$, then by using Curl $\vec{E}$ state whether this electric field is conservative or non-conservative ?

यदि विद्युत क्षेत्र $\vec{E} = 4(2y\hat{i} + x\hat{j})$ है तो कर्ल $\vec{E}$ का उपयोग करते हुए यह बताइए कि यह विद्युत क्षेत्र संरक्षी है अथवा असंरक्षी है ?

(viii) $E^2 + 4B^2c^2$ is always invariant under Lorentz transformation. Is this statement true ?

$E^2 + 4B^2c^2$ लोरेन्ज रूपांतरण में हमेशा निश्चर रहती है क्या यह कथन हमेशा सत्य है ?

Section–B **4×8=32**

(Short Answer Type Questions)

Note :– Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 8 marks.

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **चार** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **200** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 8 अंक का है।

2. Prove that the self product of electromagnetic field tensor is given by :

$$F_{\mu\upsilon}^2 = 2\left(B^2 - \frac{E^2}{c^2}\right)$$

where B, E and c are magnetic field, electric field and velocity of light.

यह सिद्ध कीजिए कि विद्युत-चुम्बकीय क्षेत्र प्रदिश का स्व गुणन निम्न है :

$$F_{\mu\upsilon}^2 = 2\left(B^2 - \frac{E^2}{c^2}\right)$$

जहाँ B, E तथा c क्रमशः चुम्बकीय विद्युत क्षेत्र तथा प्रकाश का वेग है।

3. Show that the Lagrangian function of the charged particle in an electromagnetic field is given by :

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - q(\phi - \vec{v}.\vec{A})$$

यह दर्शाइए कि विद्युतचुम्बकीय क्षेत्र में आवेशित कण का लाग्रांजियन फलन निम्न द्वारा दिया जाता है :

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - q(\phi - \vec{v}.\vec{A})$$

4. A metallic sphere of radius 'a' carries a charge Q. The sphere is surrounded by a linear dielectric material of permittivity $\in$ with outer radius 'b'. Find the potential at the centre of the sphere.

त्रिज्या 'a' का एक धात्विक गोला आवेश Q रखता है। यह गोला एक ऐसे रेखीय परावैद्युत पदार्थ जिसकी विद्युतशीलता $\in$ है से चारों ओर से घिरा हुआ है व इस परावैद्युत पदार्थ माध्यम की बाह्य त्रिज्या 'b' है। गोले के केंद्र पर विभव ज्ञात कीजिए।

5. What do you mean by bound current densities in magnetostatics ?

   स्थिरचुम्बकी में बद्ध धारा घनत्व से आपका क्या तात्पर्य है ?

6. Explain the differences between transmission line and waveguides.

   संरचण लाइन एवं वेव गाइड के मध्य अंतरों को समझाइए।

7. Obtain the Larmor's formula for total power radiated by an accelerated charge.

   एक त्वरित आवेश के द्वारा उत्सर्जित कुलशक्ति के लिए लार्मर सूत्र प्राप्त कीजिए।

8. Consider an infinite parallel plate capacitor with the lower plate at $z = -\frac{d}{2}$ carrying the surface charge density $-\sigma$ and the upper plate at $z = +\frac{d}{2}$ carrying the surface charge density $+\sigma$. Find the Maxwell stress tensor in the region between the plates and display in matrix form.

   एक अनन्त समान्तर पट्ट संधारित्र लीजिए जिसमें नीचे वाली प्लेट $z = -\frac{d}{2}$ है तथा सतह आवेश घनत्व $-\sigma$ है तथा ऊपरी प्लेट $z = +\frac{d}{2}$ का सतह आवेश घनत्व $+\sigma$ है दोनों प्लेट के मध्य मैक्सवेल प्रतिबल टेन्सर ज्ञात कीजिए तथा मेट्रिक्स रूप में दर्शाइए।

9. What do you mean by skin depth of conductor ?

   चालक के लिए स्किन गहराई से आप क्या समझते हो ?

Section–C **2×16=32**

(Long Answer Type Questions)

Note :– Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 16 marks.

खण्ड—स

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं **दो** प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 16 अंक का है।

10. (a) Electric potential is given (in spherical coordinates) by :

$$V = \frac{3a}{r}\sin\phi\cos\theta$$

where a is constant. Find the expression for electric field. Also calculate the electric field at point :

$$\left(1, \frac{\pi}{2}, 0\right)$$

गोलीय निर्देशांकों में विद्युत विभव :

$$V = \frac{3a}{r}\sin\phi\cos\theta$$

है, जहाँ a अचर है। विद्युत क्षेत्र का व्यंजक ज्ञात कीजिए तथा बिन्दु

$$\left(1, \frac{\pi}{2}, 0\right)$$

पर भी विद्युत क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

(b) What do you understand by Gauge transformation ? Explain it.

गेज रूपांतरण से आपका क्या अभिप्राय है ? इसे समझाइए।

11. (a) Magnetization (magnetic moment per unit volume) in medium is :

$$\vec{M} = 2y\hat{i} - 2x\hat{j} + 2x\hat{k}$$

Determine the bound current density and also determine bound surface current density at the surface. Here unit vector normal to the plane of surface is :

$$\hat{n} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$$

एक माध्यम का प्रति इकाई आयतन चुम्बकीय आघूर्ण निम्न है :

$$\vec{M} = 2y\hat{i} - 2x\hat{j} + 2x\hat{k}$$

बद्ध धारा घनत्व का निर्धारण कीजिए एवं बद्ध सतह धारा घनत्व को भी सतह पर ज्ञात कीजिए यहाँ सतह के तल के लम्बवत इकाई सदिश $\hat{n} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ है।

(b) A uniform line charge λ is placed on an infinite straight wire, which is at a distance d above a grounded conducting plane. Find the potential in the region above the plane.

एक समान रेखीय आवेश λ अनन्त सीधे तार पर है। यह तार एक भू सम्पर्कित चालक तल के ऊपर d दूरी पर है तो उस तल के ऊपर के क्षेत्र में विभव ज्ञात कीजिए।

12. (a) Using Maxwell equation (with Ampere's correction), obtain the curl of magnetic field $\vec{B}$ in a space where volume current density is $(a\hat{i} + b\hat{j})\cos(\omega t - kz)$ and electric field $(c\hat{i} + d\hat{j})\sin(\omega t - kz)$ where a, b, c, d, k, ω are constants.

मैक्सवेल समीकरण (एम्पियर के संशोधन युक्त), उस चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ का कर्ल ज्ञात कीजिए। जहाँ आयतन धारा घनत्व $(a\hat{i} + b\hat{j})\cos(\omega t - kz)$ है एवं विद्युत क्षेत्र $(c\hat{i} + d\hat{j})\sin(\omega t - kz)$ है जहाँ a, b, c, d, k, ω अचर हैं।

(b) What do you mean by $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$? Obtain the boundary condition on normal component of magnetic field $\vec{B}$.

$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$ से आपका क्या तात्पर्य है ? चुम्बकीय क्षेत्र $\vec{B}$ के अभिलम्ब घटक पर परिसीमा प्रतिबन्ध को व्युत्पन्न कीजिए।

13. (a) What do you understand by electromagnetic four potential ?

विद्युतचुम्बकीय चतुर्विभव से आपका क्या तात्पर्य है ?

(b) Obtain the following equation of continuity :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}\, \hat{j} = 0$$

Also give its physical significance.

सांतत्य समीकरण

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}\, \hat{j} = 0$$

प्राप्त कीजिए तथा इसकी भौतिक सार्थकता भी दीजिए।