

**MT-09**

**December – Examination 2022**

**B.A./B.Sc. (Part III) Examination**

**MATHEMATICS**

**(Mechanics)**

**Paper : MT-09**

*Time : 3 Hours ]*

*[ Maximum Marks : 46*

**Note** :- The question paper is divided into three Sections A, B and C. Write answers as per the given instructions. Use of non-programmable scientific calculator is allowed in this paper.

**निर्देश** :- यह प्रश्न-पत्र 'अ', 'ब' और 'स' तीन खण्डों में विभाजित है। प्रत्येक खण्ड के निर्देशानुसार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। इस प्रश्न-पत्र में नॉन-प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर के उपयोग की अनुमति है।

**Section-A**

**6×1=6**

**(Very Short Answer Type Questions)**

**Note** :- Answer all questions. As per the nature of the question delimit your answer in one word, one sentence or maximum up to **30** words. Each question carries 1 mark.

*MT-09/8*

( 1 )

**TR-299** Turn Over

**खण्ड—अ**

**(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)**

**निर्देश** :- सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को प्रश्नानुसार एक शब्द, एक वाक्य या अधिकतम **30** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. (i) Define Tension and Thrust.  
तनाव एवं प्रणोद को परिभाषित कीजिए।
- (ii) Define coefficient of friction.  
घर्षण गुणांक को परिभाषित कीजिए।
- (iii) Define common catenary.  
समरूप कैटनरी को परिभाषित कीजिए।
- (iv) Write the properties of simple harmonic motion.  
सरल आवर्त गति की विशेषताएँ लिखिए।
- (v) Define constrained motion.  
प्रतिबन्धित गति को परिभाषित कीजिए।
- (vi) Define Radius of Gyration.  
परिभ्रमण त्रिज्या को परिभाषित कीजिए।

**Section-B**

**4×5=20**

**(Short Answer Type Questions)**

**Note** :- Answer any *four* questions. Each answer should not exceed **200** words. Each question carries 5 marks.

*MT-09/8*

( 2 )

**TR-299**

खण्ड—ब

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

निर्देश :- किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम 200 शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 5 अंक का है।

2. The resultant of two forces P and Q is of the magnitude P. Show that if the force P be doubled, Q remaining unaltered, the new resultant will be at right angled to Q and its magnitude will be  $\sqrt{4P^2 - Q^2}$ .

दो बलों P व Q के परिणामी का परिमाण P के बराबर है। दर्शाइए कि यदि P को दो गुना कर दिया जाए व Q अपरिवर्तित रहे तो सिद्ध कीजिए कि नया परिणामी के Q लम्बवत् होगा तथा उसका परिमाण  $\sqrt{4P^2 - Q^2}$  होगा।

3. Prove that the algebraic sum of the work done by a system of forces acting on a particle is equal to the work done by their resultant.

सिद्ध कीजिए कि किसी कण पर क्रियाशील बल निकाय द्वारा किए गए कार्यो का बीजीय योग उनके परिणामी द्वारा किए गए कार्य के बराबर होता है।

4. A kite is flying at a height  $h$  from the ground. If the length of the thread is  $l$  and the top of the catenary constructed is on the ground, then prove that the tension on the kite and top will be

$\left(\frac{l^2 + h^2}{2h}\right)w$  and  $\left(\frac{l^2 - h^2}{2h}\right)w$  respectively, where  $w$  is the weight per unit length. Show that the thread on the kite makes an angle  $2 \tan^{-1} \frac{h}{l}$  with the ground.

एक पतंग जमीन से  $h$  ऊँचाई पर उड़ रही है। यदि धागे की लम्बाई  $l$  है तथा निर्मित कैटनरी का शीर्ष जमीन पर है। तब सिद्ध कीजिए कि पतंग एवं शीर्ष पर तनाव क्रमशः

$\left(\frac{l^2 + h^2}{2h}\right)w$  एवं  $\left(\frac{l^2 - h^2}{2h}\right)w$  होगा, जहाँ  $w$  प्रति इकाई

लम्बाई भार है। दिखाइए कि पतंग पर धागा जमीन के साथ  $2 \tan^{-1} \frac{h}{l}$  कोण बनाता है।

5. Radial and transverse velocity of a particle are  $\lambda r$  and  $\mu\theta$ . Find its path and prove that radial and transverse acceleration are  $\lambda^2 r - \frac{\mu^2 \theta^2}{r}$  and

$$\mu\theta\left(\lambda + \frac{\mu}{r}\right).$$

किसी कण के अरीय तथा अनुप्रस्थ वेग  $\lambda r$  तथा  $\mu\theta$  हैं। इसका पथ ज्ञात कीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि अरीय तथा अनुप्रस्थ

त्वरण  $\lambda^2 r - \frac{\mu^2 \theta^2}{r}$  एवं  $\mu\theta\left(\lambda + \frac{\mu}{r}\right)$  है।

6. A particle is moving with simple harmonic motion. Moving from one end to the center, it was found that at three consecutive seconds the distance of the particle from the centre are  $x_1, x_2, x_3$ . Show that a complete period is  $\frac{2\pi}{\theta}$ , where

$$\cos\theta = \frac{x_1 + x_3}{2x_2}.$$

एक कण सरल आवर्त गति से गतिमान है। एक सिरे से केन्द्र की ओर जाते हुए यह पाया गया कि लगातार तीन सेकण्डों पर कण की केन्द्र से दूरी  $x_1, x_2, x_3$  है। प्रदर्शित कीजिए कि एक पूर्ण आवर्तकाल  $\frac{2\pi}{\theta}$  है, जहाँ  $\cos\theta = \frac{x_1 + x_3}{2x_2}$ ।

7. A heavy particle is suspended from a point by a string of length  $a$  and then projected horizontally with a velocity  $u$ , where  $u^2 = (2 + \sqrt{3})ag$ . Prove that the string will be free when it has made an angle  $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$  with the vertical.

एक भारी कण  $a$  लम्बाई की डोरी द्वारा किसी बिन्दु से लटकाया जाता है और फिर क्षैतिज दिशा में  $u$  वेग से, जहाँ  $u^2 = (2 + \sqrt{3})ag$ , प्रक्षिप्त किया जाता है। सिद्ध कीजिए कि डोरी उस समय ढीली होगी जब वह ऊर्ध्वाधर से  $\cos^{-1}\left(\frac{-1}{\sqrt{3}}\right)$  कोण तय कर चुकेगी।

8. If the central force is inversely proportional to the square of the distance from the fixed point, then find the central orbit.

यदि केन्द्रीय बल नियत बिन्दु से दूरी के वर्ग के व्युत्क्रमानुपाती हो, तो संकेन्द्र कक्षा ज्ञात कीजिए।

9. Find the moment of inertia of a right circular solid cone of mass  $M$ , height  $h$  and radius  $a$  of the base about its axis.

$M$  द्रव्यमान,  $h$  ऊँचाई और आधार की त्रिज्या  $a$  वाले लम्बवृत्तीय त्रिभुज का इसकी अक्ष के सापेक्ष जड़त्व आघूर्ण ज्ञात कीजिए।

### Section-C

2×10=20

### (Long Answer Type Questions)

**Note** :- Answer any *two* questions. You have to delimit your each answer maximum up to **500** words. Each question carries 10 marks.

### खण्ड—स

### (दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

**निर्देश** :- किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए। आप अपने उत्तर को अधिकतम **500** शब्दों में परिसीमित कीजिए। प्रत्येक प्रश्न 10 अंक का है।

10. (a) State and prove Lami's theorem.  
लामी का प्रमेय कथन कर सिद्ध कीजिए।

(b) The earth's attraction on a particle varies inversely as the square of its distance from the earth's centre. A particle whose weight on the surface of the earth is  $W$ , falls to the surface of the earth from a height  $5a$  above it. Show that the work done by the earth's

attraction is  $\frac{5}{6}aW$ ; where  $a$  is the radius of the earth.

पृथ्वी का कण पर आकर्षी बल पृथ्वी के केन्द्र से कण की दूरी के वर्ग का व्युत्क्रमानुपाती है। कण जिसका पृथ्वी पर भार  $W$  है, पृथ्वी से  $5a$  ऊँचाई से पृथ्वी पर गिरता है। सिद्ध कीजिए कि पृथ्वी के आकर्षी बल द्वारा

इस विस्थापन में किया गया कार्य  $\frac{5}{6}aW$  है, जहाँ  $a$  पृथ्वी की त्रिज्या है।

11. A perfectly rough plane is inclined at an angle  $\alpha$  to the horizon. Show that the least eccentricity of the ellipse which can rest on the plane is :

$$\sqrt{\left(\frac{2 \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}\right)}$$

एक पूर्ण रुक्ष तल क्षैतिज से कोण  $\alpha$  पर झुका हुआ है। प्रदर्शित कीजिए कि तल पर विरामावस्था में रह सकने वाले दीर्घवृत्त की न्यूनतम उत्केन्द्रता है :

$$\sqrt{\left(\frac{2 \sin \alpha}{1 + \sin \alpha}\right)}$$

12. One end of an elastic string is fixed and a particle is attached to the other fixed end whose weight extends the string to twice its length. The string is pulled vertically downwards till it becomes four times of its natural length ' $a$ ' then it is released. Prove that the particle will return to that point after time  $\sqrt{a/g}(2\sqrt{3} + 4\pi/3)$ .

एक प्रत्यास्थ डोरी का एक सिरा स्थिर है और दूसरे स्थिर सिरे पर एक ऐसा कण बंधा हुआ है जिसका भार डोरी को उसकी दुगुनी लम्बाई तक बढ़ा देता है। डोरी ऊर्ध्वाधर दिशा में नीचे की ओर इतनी खींची जाती है कि वह अपनी स्वाभाविक लम्बाई ' $a$ ' की चार गुनी हो जाती है फिर उसे छोड़ दिया जाता है।

सिद्ध कीजिए कि कण उस बिन्दु पर  $\sqrt{a/g}(2\sqrt{3} + 4\pi/3)$  समय पश्चात् लौटेगा।

13. A particle is moving with a central acceleration which is inversely proportional to the times of the distance. If it is thrown from the centroid at a distance  $a$  from the origin with a velocity  $\sqrt{2}$  times of the velocity for a circle of radius  $a$ , then show that the equation of the path is  $r \cos(\theta/\sqrt{2}) = a$ .

एक कण केन्द्रीय त्वरण, जोकि दूरी के समय का व्युत्क्रमानुपाती है, से गतिशील है। यदि इसे मूल बिन्दु से  $a$  दूरी पर स्तब्धिका से ऐसे वेग से फेंका जाता है जोकि  $a$  त्रिज्या वाले वृत्त के लिए वेग का  $\sqrt{2}$  गुणा है तब प्रदर्शित कीजिए कि पथ का समीकरण  $r \cos(\theta/\sqrt{2}) = a$  है।